

**Міністерство освіти і науки України**  
**Державний заклад**  
**«Луганський національний університет імені Тараса Шевченка»**


**Навчально-науковий інститут математики та інформаційних технологій**  
**Кафедра математики та інформатики**

**Бахіна Анна Володимирівна**

**МЕТОДИКА НАВЧАННЯ ТРИГОНОМЕТРІЇ УЧНІВ З ОСОБЛИВИМИ**  
**ОСВІТНІМИ ПОТРЕБАМИ ЗАСОБАМИ ДИСТАНЦІЙНИХ**  
**ТЕХНОЛОГІЙ**

**кваліфікаційна робота**  
**здобувача вищої освіти другого (магістерського) рівня**  
**освітньої програми «Математика»**  
**за спеціальністю 014 «Середня освіта (Математика)»**

Особистий підпис  Анна БАХІНА

Науковий керівник  Юлія ЖУЧОК, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри математики та інформатики

В.о. завідувача кафедри \_\_\_\_\_ Юрій КОЗУБ, доктор технічних наук, професор кафедри математики та інформатики

## ЗМІСТ

<b>ВСТУП.....</b>	<b>4</b>
<b>РОЗДІЛ 1 МЕТОДИЧНІ ОСНОВИ ВИВЧЕННЯ ТРИГОНОМЕТРІЇ УЧНЯМИ З ОСОБЛИВИМИ ОСВІТНІМИ ПОТРЕБАМИ.....</b>	<b>7</b>
1.1. Особливості навчання учнів з особливими освітніми потребами .....	7
1.2. Методичні особливості навчання тригонометрії учнів з особливими освітніми потребами .....	12
1.3. Засоби та інструменти для дистанційного навчання.....	14
1.3.1. Принципи та особливості дистанційного навчання для учнів з особливими освітніми потребами .....	17
1.3.2. Підходи до вибору інструментів для дистанційного навчання .....	19
1.3.3. Основні форми онлайн-комунікації .....	20
1.3.4. Засоби та інструменти для дистанційного навчання .....	22
<b>ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 1 .....</b>	<b>28</b>
<b>РОЗДІЛ 2 МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО НАВЧАННЯ ТРИГОНОМЕТРІЇ УЧНІВ З ОСОБЛИВИМИ ОСВІТНІМИ ПОТРЕБАМИ ЗАСОБАМИ ДИСТАНЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ .....</b>	<b>31</b>
2.1. Вибір підходу до використання засобів дистанційного навчання у процесі вивчення тригонометрії учнями з особливими освітніми потребами .....	31
2.2. Методичні вказівки щодо використання засобів дистанційного навчання, пристосованих до потреб учнів з особливими освітніми потребами .....	34
2.3. Розробка візуальних матеріалів на платформі GeoGebra для покращення навчання тригонометрії учнів з особливими освітніми потребами .....	40

2.4. Розробка інтерактивних вправ на платформі Learningapps.org .....	47
2.5. Методичне забезпечення навчання тригонометрії учнів з особливими освітніми потребами .....	52
Висновки до розділу 2.....	75
<b>ВИСНОВКИ .....</b>	<b>78</b>
<b>СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ .....</b>	<b>81</b>
<b>ДОДАТКИ .....</b>	<b>88</b>

## ВСТУП

*Актуальність роботи.* Освіта є невід’ємною складовою суспільного розвитку, яка має бути доступною та якісною для всіх учнів, включаючи тих, хто має особливі освітні потреби. Для учнів з особливими освітніми потребами важливими є індивідуальний підхід та підтримка для забезпечення їх повноцінної участі у навчальному процесі.

Проте учні з особливими освітніми потребами (ООП) стикаються з рядом викликів у навчальному процесі і їхні потреби вимагають додаткової уваги та адаптації для забезпечення їхнього повноцінного розвитку. Серед них можна назвати відсутність інфраструктури та ресурсів (багато навчальних закладів не мають необхідної інфраструктури та кваліфікованих вчителів для надання індивідуальної підтримки учням з різними видами ООП). Учні з ООП часто стикаються із соціальною ізоляцією через відсутність розуміння та прийняття з боку однолітків і вчителів. Багато вчителів можуть бути недостатньо підготовлені для роботи з такими учнями та не мати належного досвіду в адаптації матеріалів та методів викладання.

Дистанційне навчання може вирішити деякі з цих проблем шляхом індивідуалізації навчання за допомогою онлайн-ресурсів та різноманітних платформ, які можуть стати засобом доступу до спеціалізованих ресурсів та віддалених консультацій для учнів з ООП. Віддалене навчання може забезпечити безпечне середовище для школярів, де вони можуть взаємодіяти, спілкуватися та співпрацювати без обмежень.

У сучасному освітньому середовищі, яке надає все більше можливостей для використання дистанційних форм навчання, проблема ефективності методики викладання тригонометрії учням з особливими освітніми потребами стає особливо актуальною. Незважаючи на значний прогрес в області освітніх технологій, існують виклики, пов’язані з адаптацією матеріалів та методів для учнів, які потребують індивідуального підходу.

*Мета* даної магістерської роботи полягає у розробці навчальних матеріалів та інтерактивних засобів для ефективного навчання тригонометрії, спеціально адаптованих для учнів з особливими освітніми потребами, з використанням засобів дистанційного навчання. Це передбачає вивчення існуючих проблем у викладанні математики для цієї категорії учнів та розробку педагогічного інструментарію, який би допоміг учням з ООП ефективно засвоїти матеріал тригонометрії та використовувати його при розв'язанні завдань.

*Об'єктом дослідження* є процес викладання тригонометрії учням з особливими освітніми потребами, а *предметом* – конкретні аспекти цього процесу, що включають адаптацію навчальних матеріалів, використання технологій та індивідуальний підхід до кожного учня.

Для досягнення поставленої мети було сформульовано такі *завдання*: провести аналіз психолого-педагогічної, навчальної і методичної літератури щодо особливостей навчання учнів з особливими освітніми потребами; визначити основні труднощі, що виникають під час вивчення тригонометрії у учнів з особливими освітніми потребами; дослідити особливості навчання тригонометрії учнів з особливими освітніми потребами за допомогою дистанційних технологій; розробити інтерактивні вправи, уроки, узагальнюючі таблиці та тести, що були б адаптовані для навчання школярів з особливими освітніми потребами за допомогою дистанційних технологій.

Дослідження передбачає застосування різноманітних *методів*: теоретичні – аналіз психолого-педагогічної, навчальної і методичної літератури з теми, узагальнення результатів дослідження; емпіричні – вивчення педагогічного досвіду, спостереження, порівняння.

*Практична значущість* полягає у тому, що отримані результати роботи можуть бути використані вчителями в освітніх закладах для покращення математичної освіти учнів з особливими потребами.

*Апробація результатів дослідження*: опубліковано тези «Застосування засобів дистанційного навчання при вивченні тригонометрії учнями з

особливими освітніми потребами» у матеріалах IV Всеукраїнської науково-методичної інтернет-конференції студентів, аспірантів та молодих вчених *«Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу ІТМ\*плюс-2023 Форум молодих дослідників»*: (17 листопада 2023 р., м. Суми).

*Структура роботи:*

Магістерська робота складається зі вступу, двох розділів, висновків до кожного з них, загальних висновків, списку використаних джерел та додатків. Список використаних джерел містить 56 найменувань та займає 7 сторінок.

## **РОЗДІЛ 1**

### **МЕТОДИЧНІ ОСНОВИ ВИВЧЕННЯ ТРИГОНОМЕТРІЇ УЧНЯМИ З ОСОБЛИВИМИ ОСВІТНІМИ ПОТРЕБАМИ**

#### **1.1. Особливості навчання учнів з особливими освітніми потребами**

На сьогодні, домінуючим напрямком у стратегії розвитку освіти для дітей з особливими потребами є упровадження інклюзивного навчання у закладах загальної середньої та дошкільної освіти. Філософія інклюзивної освіти тісно переплітається з концепцією прав людини та можливістю рівного доступу й участі в усіх сферах життя [11, с.6-7].

У грудні 2009 року Україна затвердила ключові міжнародні документи, спрямовані на гарантування прав дітей, відповідно до глобальних норм освіти, соціального захисту та охорони здоров'я. Особлива увага була приділена статті 24 Конвенції ООН про права людей з інвалідністю. Ця стаття накладає на державу зобов'язання реалізувати принципи інклюзивної освіти, що передбачає створення спеціального оточення, спрямованого на забезпечення рівних можливостей для всіх дітей у навчальному процесі. Таке оточення повинно враховувати їхні унікальні характеристики, потреби та можливості, надаючи можливість бути повноцінними учасниками освітнього середовища.

05 липня 2017 року Президент України підписав ухвалений 23 травня цього ж року Закон «Про внесення змін до Закону України «Про освіту» щодо особливостей доступу осіб з особливими освітніми потребами до освітніх послуг».

05 вересня 2017 року було прийнято новий Закон України «Про освіту». Починаючи з того моменту діти з особливими освітніми потребами мають повне право здобувати освіту в усіх навчальних закладах, зокрема й безоплатно в державних та комунальних, незалежно від «встановлення інвалідності». Діти з особливими освітніми потребами мають право на:

- дистанційну та індивідуальну форми навчання;

- психолого-педагогічну та корекційно-розвиткову допомогу;
- інклюзивні та спеціальні групи (класи) у загальноосвітніх навчальних закладах;
- адаптовані загальноосвітні школи та класи, спеціально призначені для врахування їхніх потреб, включають в себе необхідні архітектурні перепланування;
- корекційних педагогів, тьюторів, психологів;
- адаптовані навчальні плани та програми, методи та форми навчання, ресурси спеціальної освіти, партнерство з громадою.

Загалом, інклюзивна освіта охоплює спеціальний підхід до навчання дітей із особливими освітніми потребами, в межах якого враховують їх індивідуальні потреби. Цей підхід включає додаткові елементи у навчальний процес, такі як індивідуальний план розвитку, спеціально облаштовані робочі місця та створення необхідних умов для навчання.

У період з 2001 по 2007 роки Міністерство освіти і науки України здійснювало пілотний проєкт щодо соціальної адаптації та інтеграції дітей із особливостями психофізичного розвитку, спрямований на їхнє навчання у закладах загальної середньої освіти. Цей період виявився ключовим у вирішенні питань щодо того, як здійснювати інтеграцію дітей з особливими потребами у загальний освітній процес.

Другим етапом цього експерименту був українсько-канадський проєкт «Інклюзивна освіта для дітей з особливими потребами в Україні», що здійснювався протягом періоду з 2008 по 2012 роки. З метою підтримки інклюзивної освіти в Україні була встановлена «Мережа на підтримку інклюзії. Школа – для всіх», яка об'єднала громадські організації, батьківські групи, навчальні заклади та інші зацікавлені інституції з метою сприяння інклюзивній політиці та навчанню на всіх рівнях українського суспільства.

Важливим досягненням було створення «Індексу інклюзії» – збірки корисних матеріалів, спрямованих на планування дій з розбудови та розвитку інклюзивного навчального середовища для всіх учасників освітнього процесу

в навчальних закладах. На сьогодні «Індекс інклюзії» доступний у перекладі на 32 мови та активно використовується у різних країнах світу [13].

Науково встановлено, що методики, використовувані вчителями, які працюють в інклюзивному середовищі, сприяють стимулюванню активності у навчальній діяльності всіх учнів, незалежно від їх суттєвих індивідуальних особливих потреб. Перевагами інклюзивної освіти є такі:

- Учні, які мають особливі освітні потреби, досягають більш повного розвитку свого потенціалу у процесі навчання, і це включає отримання високих академічних досягнень, порівняно з однолітками, що навчаються в не інклюзивному середовищі.
- Наявність учнів із особливими освітніми потребами не має впливу на академічні досягнення інших школярів. Дослідження підтверджує, що навпаки, успішність інших учнів покращується. Це пояснюється застосуванням різних педагогічних технологій і стратегій викладання, а також наявністю асистента педагога та інших чинників.
- Учні з особливими освітніми потребами в інклюзивному середовищі мають більші можливості для розвитку комунікативних, соціальних навичок та інших форм адаптивної поведінки.
- За довгостроковою перспективою, інклюзивна модель освіти є більш економічно вигідною в порівнянні із сегрегованою.
- Участь в інклюзивному освітньому середовищі сприяє збільшенню можливостей учнів з особливими освітніми потребами щодо трудової зайнятості та отримання вищого рівня заробітної плати [29].

Для розробки ефективних методик навчання учнів із особливими освітніми потребами важливо глибоко вивчити особливості їхнього навчання у закладах загальної середньої освіти. Одним із ключових аспектів є індивідуалізація навчання, оскільки це сприяє досягненню кращих результатів учнів з особливими освітніми потребами. Індивідуалізоване навчання допомагає уникнути відставання і заохочує розвиток інтересу до навчання, враховує нахили та здібності цих учнів [35]. Вибір стратегій та

підходів до навчання значно залежить від мотивації вчителя. На даний момент виділяють три підходи: поверхневий (де викладання базується на передачі знань, іноді із збільшенням обсягу матеріалу), орієнтований на досягнення (де викладання структуроване так, щоб матеріал повністю засвоювався, а академічні цілі досягалися) та глибинний (де завдання і матеріал подаються так, щоб учні отримували значущі знання, навички, компетентності, а також розвивалося їх критичне мислення) [16]. Використання різних підходів, стратегій та технологій, допомагають забезпечити навчання, адаптоване до потреб кожного учня.

Крім того, важливим є використання диференційованого підходу до оцінювання. Застосування різних форм оцінювання, таких як практичні завдання, проекти та портфоліо, дозволяє учням з особливими освітніми потребами продемонструвати свої знання та навички у спосіб, природний для них. Проте важливо пам'ятати, що оцінювання учнів з ООП не повинно обмежуватися лише оцінкою їхніх знань; також слід оцінювати їх особистісний ріст, що може виявитися результатом впливу різноманітних комплексних завдань [32].

Загальноприйняті підходи до навчання учнів з ООП також включають використання візуальних матеріалів, аудіозаписів, технологій, спеціально розроблених програм тощо. За допомогою цих засобів, які підтримують багатозначність та конкретизацію інформації, можна забезпечити більш ефективне навчання учнів з особливими освітніми потребами.

За результатами аналізу літературних джерел [2, 9, 10, 16, 19, 24, 30, 31] можна визначити, що ефективні методики навчання учнів з ООП вимагають індивідуального підходу, підтримки батьків та співпраці з фахівцями, використання різноманітних педагогічних та технологічних засобів.

Для того, щоб навчання учнів з особливими освітніми потребами було успішним, важливо також враховувати й інші аспекти:

1. **Забезпечення доступності.** Інфраструктура навчального закладу повинна бути адаптована для забезпечення доступності для учнів з фізичними обмеженнями. Це може включати в себе рампи, спеціальні столи та стільці, аудіосистеми для слухачів з проблемами слуху і т. д.
2. **Психосоціальна підтримка.** Учні з особливими освітніми потребами можуть потребувати додаткової психологічної та емоційної підтримки. Надання психологічної допомоги та можливість консультування є важливими елементами навчального процесу.
3. **Підтримка сприятливого середовища.** Середовище навчального закладу повинно бути сприятливим для всіх учнів, включаючи учнів з ООП. Це включає в себе створення безпечної та підтримуючої атмосфери, де всі діти відчують себе комфортно.
4. **Фахівці та інші ресурси.** Навчальні заклади повинні мати доступ до спеціалізованих фахівців, таких як логопеди, психологи, реабілітологи, які можуть надавати підтримку та консультувати вчителів і батьків.
5. **Співпраця з батьками.** Важливо встановлювати ефективний зв'язок і співпрацю з батьками учнів з ООП. Батьки можуть бути цінними партнерами у створенні індивідуальних навчальних планів і в підтримці навчального процесу.
6. **Подолання стереотипів і дискримінації.** Важливо працювати над підвищенням свідомості серед учнів і вчителів щодо осіб з особливими освітніми потребами та боротьби зі стереотипами та дискримінацією.

Загальновизнано, що кожен учень має право на якісну освіту незалежно від своїх особливих потреб. Досягнення цієї мети вимагає багатогранного підходу, спеціалізованих ресурсів і підтримки від та для усіх учасників навчального процесу [27, 36, 39, 40].

## **1.2. Методичні особливості навчання тригонометрії учнів з особливими освітніми потребами**

Першою ключовою темою для розгляду є структура тригонометричного матеріалу та послідовність навчання. Вивчення тригонометрії варіюється від простих елементарних понять до складних виразів, функцій, понять. Початкове ознайомлення з тригонометричними функціями кутового аргументу в курсі геометрії (8-9 клас); систематизація і поглиблення знань про тригонометричні функції у курсі алгебри і початків аналізу (10-11 клас). На другому етапі відбувається перехід від кутового аргументу до числового [12, с.127].

Другим важливим аспектом є використання візуальних засобів та демонстраційних матеріалів для полегшення розуміння тригонометричних понять. За допомогою графіків, одиничних кіл, моделей та інших візуальних засобів, учні можуть більш наочно сприймати та розуміти геометричну природу тригонометричних функцій [12, 37].

Третім аспектом є застосування різних педагогічних методів та стратегій для ефективного навчання тригонометрії. За допомогою активних методів навчання, таких як групова робота, розв'язування задач, проєктна діяльність та інші, учні можуть більш активно залучатися до процесу навчання тригонометрії [22, 38].

Наступним важливим аспектом є індивідуалізація підходу до навчання тригонометрії учнів з особливими освітніми потребами. Кожен учень має свої унікальні потреби та можливості, і вчителі повинні враховувати ці особливості при плануванні та проведенні уроків. Індивідуальні навчальні програми, додаткова підтримка та диференційований підхід до навчання можуть допомогти таким дітям досягти успішних результатів у вивченні тригонометрії [35].

Ще одним аспектом є використання технологій у навчанні тригонометрії. Сучасні педагогічні технології, такі як комп'ютерні програми, інтерактивні дошки, веб-ресурси, можуть зробити навчання тригонометрії

більш цікавим і доступним. Вони дозволяють створити віртуальні демонстрації, інтерактивні завдання та відстежувати прогрес учнів з більшою точністю [1, 3, 28, 41].

Загалом навчально-методичний комплекс з математичної дисципліни повинен, насамперед, забезпечити учням з ООП повноцінний доступ до інформаційних джерел та навчальних відомостей. Відповідно, діяльність педагога у цьому напрямку передбачає добір необхідної навчальної інформації та її подання у доступному для конкретного учня форматі. Підвищення доступності інформаційних матеріалів можливе за рахунок використання у навчанні учнів з ООП інформаційно-комунікаційних технологій. Доцільно використовувати створені електронні аналоги відповідного навчально-методичного комплексу. Як зазначає К. В. Польгун, це передбачає можливість адаптації зовнішнього вигляду навчальних матеріалів до особливих потреб та можливостей учнів.

Використання ІКТ у процесі навчання математики розкриває додаткові можливості для учнів із порушеннями здоров'я. Ці можливості включають: покращення сприйняття матеріалу за допомогою різних органів чуття, реалізоване через мультимодальне або полісенсорне сприйняття; акцент на роботі збережених аналізаторів для активізації сприйняття інформації; можливість масштабування розмірів об'єктів на інтерактивній дошці; динамічне полісенсорне зображення об'єктів і явищ навколишнього світу будь-якого ступеня складності; персоналізація навчальних продуктів через форматування зовнішнього вигляду інформації, таке як зміни кольору, шрифтів, графічних об'єктів, звуку та інше [42].

Використання програмних засобів, які дозволяють об'єднати потужні обчислення для дослідження різних функцій з візуалізацією результатів, дозволяє збільшити ефективність навчання математиці. Це допомагає викладачам математики оновити свої методи викладання, звільнивши учнів від нудних розрахунків і надавши їм ефективні та наочні способи розв'язання широкого спектру задач [14, 42].

Додатково, важливим є впровадження інтерактивних методів та ігрових елементів у процес навчання для підвищення мотивації учнів. Застосування цих методів робить процес вивчення тригонометрії більш захоплюючим та підвищує зацікавленість учнів [37, 41].

Це стає ключовим чинником у досягненні загальної мети – створенні сприятливого та доступного середовища для навчання тригонометрії учнів з особливими освітніми потребами. Такі інновації у навчанні математики не лише розширюють можливості для учнів, але й викликають позитивні трансформації у підходах вчителів, роблячи навчання більш індивідуалізованим та захоплюючим.

### **1.3. Засоби та інструменти для дистанційного навчання**

Вивчення тригонометрії у сучасних умовах навчання вимагає інноваційних підходів, які б не лише допомагали учням засвоювати матеріал, але й робили процес освіти доступнішим та ефективнішим. Зокрема, у світлі сучасних викликів, таких як пандемія, дистанційне навчання стає все більш актуальним.

Безумовно, дистанційне навчання має низку недоліків: відсутність очного спілкування, неможливість забезпечення належної якості навчання за відсутності необхідної техніки, неможливість контролю самостійності виконання завдань тощо. Проте дистанційний формат навчання має і переваги.

Однією з переваг використання дистанційного навчання є можливість індивідуалізації та адаптації навчального процесу до потреб кожного учня з особливими освітніми потребами. Дистанційні технології дозволяють створити індивідуальний навчальний шлях для кожного школяра, враховуючи його потреби, рівень знань та особливості.

Другою важливою перевагою є доступність та гнучкість. За допомогою дистанційних технологій учні з ООП можуть мати доступ до навчального матеріалу та ресурсів у зручний для них час і місце. Це особливо важливо для

учнів з фізичними обмеженнями або тими, хто проживає у віддалених регіонах.

Крім того, дистанційне навчання може сприяти більш активному залученню учнів до навчального процесу через використання інтерактивних технологій та онлайн-інструментів. За допомогою форумів, чатів, вебінарів та інших засобів комунікації, учні можуть спілкуватися з вчителями та однокласниками, обмінюватися думками та спільно вирішувати завдання [24, 33].

Інформаційні технології розвиваються дуже динамічно, так само динамічно має розвиватися і методика їх використання в навчальному процесі. До сучасних інформаційно-комунікаційних технологій навчання (рис. 1.1) відносяться Інтернет-технології, мультимедійні програмні засоби, офісне та спеціалізоване програмне забезпечення, електронні посібники та підручники, системи дистанційного навчання (системи комп'ютерного супроводу навчання).



*Рис. 1.1. Сучасні інформаційно-комунікаційні технології*

Інтернет і його сервіси (такі як Всесвітній веб, електронна пошта, пошукові системи, тематичні каталоги, освітні портали, вікі та блоги) можна використовувати для покращення процесу навчання математики у школі. По-перше, Інтернет є значущим джерелом інформації і використання цих ресурсів допомагає знаходити матеріали, корисні для вивчення, їх аналізу та оцінювання. По-друге, учні можуть зацікавлено виконувати завдання, спрямовані на пошук у мережі принципів, формул, прикладів, графіків та інших математичних ресурсів, а потім проводити аналіз та порівняння знайдених матеріалів.

Мультимедійні програмні засоби дозволяють інтегрувати текст, графіку, анімацію, відео та звукову інформацію. Одночасне використання різних каналів сприйняття навчальної інформації сприяє підвищенню ефективності засвоєння навчального матеріалу. Мультимедійні програми дозволяють моделювати складні реальні процеси та ситуації, візуалізувати абстрактну інформацію за допомогою динамічного подання процесів. Ці технології можна використовувати під час проведення аудиторних занять (лекцій, практичних (лабораторних) робіт), а також для самостійного вивчення окремих тем у навчальних дисциплінах.

Офісні програми, такі як редактори текстів і графіки, електронні таблиці та програми для створення презентацій, можуть бути використані для створення навчальних матеріалів, таких як шаблони, графіки, таблиці та презентації, а також для представлення учнями своїх результатів у цифровому форматі. При вивченні конкретних математичних дисциплін може бути корисне використання спеціалізованого програмного забезпечення, наприклад, математичних пакетів обчислювальної математики, для вирішення завдань та проведення обчислень, пов'язаних з математичним аналізом та статистикою.

Електронні підручники та інструкції, онлайн платформи та системи для дистанційного навчання є корисними для вчителів у організації навчання учнів за допомогою електронних засобів, надання електронної методичної

підтримки при традиційному навчанні, а також у процесі навчання студентів у регіональних структурних підрозділах, проведення електронного тестування та спілкування (обговорення). Застосування дистанційних технологій навчання дозволяє учням працювати з навчальними матеріалами в будь-якому місці та в будь-який час. У той самий час вчителі можуть здійснювати контроль та консультування учнів щодо різних аспектів навчання, що виникають як у реальному часі, так і в асинхронному режимі.

Для успішного впровадження дистанційних технологій у навчальний процес школи важливий комплексний підхід. Цей підхід включає вирішення ряду завдань, таких як забезпечення технічної інфраструктури, розробка програмного забезпечення, створення навчально-методичних матеріалів, підготовка вчителів та визначення нормативно-правової бази. Також важливим елементом є ефективне управління процесом дистанційного навчання та постійний розвиток дистанційних технологій [21].

### ***1.3.1. Принципи та особливості дистанційного навчання для учнів з особливими освітніми потребами***

Дистанційна форма навчання є актуальною та важливою складовою сучасної освітньої системи. Завдяки розвитку інформаційних технологій та доступу до Інтернету, вона набула популярності як у вищій, так і в середній освіті.

Дистанційне навчання можна застосовувати для дітей з ООП, спираючись на чотири головні принципи дистанційного навчання, а саме:

**Принцип інтерактивності.** Діти повинні навчатися разом з використанням комп'ютерно-інформаційних технологій. Це означає, що дитина з особливими освітніми потребами має зберігати зв'язок зі своїми друзями, однокласниками, вчителями, асистентом вчителя.

**Принцип диференціації.** Дистанційне навчання дозволяє навчатися кожному учаснику навчального процесу за своїми можливостями, використовуючи технології, які адаптуються до рівня знань.

**Принцип індивідуального підходу.** Необхідно взяти до уваги тип порушення дитини з особливими освітніми потребами та її здатність до комунікації, щоб вона могла ефективно продовжити навчання.

**Принцип пластичності.** Учень має навчатися в темпі, який йому підходить. Для одного учня з особливими освітніми потребами онлайн-уроки можуть бути легкими і цікавими, а для іншого – важкими і незрозумілими. Він може не усвідомлювати, що на екрані – це реальні люди, з якими він раніше спілкувався і дружив. Тому треба враховувати індивідуальний темп учня.

Особливості дистанційного навчання:

**Перехід із прямої моделі навчання на тренерську.** Вчитель тепер не викладає в класі, а допомагає та радить. Він головним чином надає поради батькам дитини з особливими освітніми потребами, як її розвивати, заспокоювати, справлятися з агресією або істерикою. Вчитель не має прямого контакту з учнем з ООП, але через батьків може продовжувати навчання.

**Синхронне й асинхронне навчання.** Синхронне навчання – це коли учні й вчитель зустрічаються онлайн. Асинхронне – це коли вчитель створює відеоуроки або мотиваційні відео для учнів з ООП і надсилає їх батькам для самостійного або супроводженого навчання учня.

**Наочний матеріал** – це всі речі, які є вдома. Часто наочний матеріал залишається в школі. У цьому випадку наочним матеріалом стають усі предмети, які можна знайти вдома.

**Сталість навчання.** Уроки мають відбуватися зранку онлайн або офлайн, а домашні завдання мають бути ввечері. Тобто має залишитися звичний для дитини з ООП режим.

**Насамперед безпека та здоров'я дитини з ООП.** Діти з порушеннями зору, не можуть довгий час навчатися онлайн за комп'ютером. Це треба враховувати. Якщо дитина стає занепокоєною, емоційною або агресивною і не може себе заспокоїти, не може впоратись зі своїми емоціями і почуттями,

то ми не маємо права її примушувати продовжувати навчання. Ми маємо шукати інші методи, якими ми можемо її навчити [43].

### ***1.3.2. Підходи до вибору інструментів для дистанційного навчання***

Для проведення дистанційного навчання вчителі можуть обирати між власними та іншими веб-ресурсами на свій розсуд. При цьому необхідно чітко вказати учням, які завдання передбачені, які ресурси використовувати, як здійснюватиметься контроль та інше. З метою навчання дітей академічної доброчесності важливо завжди належним чином посилалися на джерела використаної інформації.

Визначальним фактором у виборі інструментів для дистанційного навчання повинна бути їхня відповідність методичним цілям. Це означає, що обрані сервіси чи ресурси мають ефективно сприяти досягненню очікуваних результатів у навчанні на відстані. У той же час, слід враховувати універсальність цих інструментів, щоб зменшити кількість використовуваних платформ.

При виборі інструментів для навчання важливо враховувати їхню легкість використання як для вчителів, так і для учнів. Найкращим вибором є ресурси з українською мовою або інтуїтивно зрозумілим інтерфейсом. Крім того, важливо перевіряти доступність цих інструментів та платформ для осіб з особливими освітніми потребами. Якщо навчання проводиться на особистих пристроях, необхідно враховувати їхню різноманітність і обирати ресурси, які підходять для різних платформ, таких як персональні комп'ютери, планшети, мобільні пристрої Apple, Android та інші.

Ще одним важливим моментом є необхідність учнів реєструватися на веб-ресурсах, оскільки ми повинні бути обережні щодо інформаційної безпеки та уникати необґрунтованої кількості реєстрацій на різних платформах для учнів та вчителів. Важливо уважно вивчати правила використання платформ та намагатися обмежити обсяг персональних даних, які зберігаються на них [28].

### ***1.3.3. Основні форми онлайн-комунікації***

Дистанційне навчання потребує мати декілька видів взаємодій з різними цілями: швидке повідомлення інформації; представлення нового матеріалу; уточнення питань; відгуки на виконані завдання і т.д.

Важливо мати комунікаційну систему, яка була б гнучкою, забезпечуючи кожному вчителю власний простір для надання необхідних матеріалів та взаємодії з учнями, а також різноманітною, але щоб школярам не потрібно було реєструватися у різних системах, а доступ до них забезпечувався через один ресурс або портал.

Основним завданням, яке вирішується за допомогою створення комунікаційної системи, є встановлення первинного зв'язку між учнями, батьками та вчителями, а також швидке повідомлення про зміни та оголошення від керівництва освітнього закладу. Найефективніше це реалізувати через сервіси миттєвих повідомлень та соціальні мережі, такі як приватні групи або спільноти класів. Також можливий варіант використання веб-сайту освітнього закладу, де повідомлення можуть бути відкритими або захищеними доступом тільки для учнів та їхніх батьків [28].

Можливі варіанти онлайн-комунікації:

**Відеоконференція** – це метод передачі відеозображень, звуку і даних між двома або більше об'єктами, які мають відповідні апаратно-програмні комплекси.

Учасники відеоконференції можуть взаємодіяти, бачити та чути один одного у реальному часі, а також спільно обмінюватися інформацією та обробляти дані. Для користувача навіть немає необхідності утримувати слухавку в руках – просто на екрані комп'ютера, мобільного телефону або планшета можна спостерігати за співрозмовником і вести з ним розмову. Відеоконференція охоплює передачу голосу, відеозображення та обмін даними [17].

Відеоконференції дозволяють створювати «віртуальні класи» у тих випадках, коли учень/ні та вчитель/ка знаходяться на відстані. У цьому випадку є можливість застосовувати супроводжуючий наочний матеріал.

**Форум** – це платформа для обговорень, схожа на «дошку оголошень», де легко створювати різні, вкрай розгалужені «дерева» дискусій.

Групи обговорень розташовані за тематикою і виконують роль безкоштовних оголошень у газеті. У світі форумів, на відміну від звичайних «гостьових книг», виявляється дивовижна різноманітність: майже, що кожен форум пропонує однаковий дизайн «дошки оголошень» та метод організації повідомлень за темами дискусій [17].

При вивченні нових тем можна створювати окремі форуми для малих груп для обговорення вивченого матеріалу чи роботи над новим проектом.

**Чат** – взаємодія користувачів у мережі в режимі реального часу, що служить для оперативної комунікації людей через Інтернет. Існують різні види чатів, такі як текстовий, голосовий, аудіо- та відеочат. Серед них найбільш поширений – це текстовий чат. Голосовий чат, у свою чергу, дозволяє спілкуватися за допомогою голосу, що може бути корисним для обміну інформацією учнями з ООП, які можуть мати труднощі з швидким набором тексту, наприклад.

Служби обміну миттєвими повідомленнями та мобільні застосунки на кшталт Viber, Telegram дозволяють створювати закриті групи, спільноти, чати, вести обговорення тем, завдань, проблем, інформації [28].

**Блог** – це форма взаємодії, що схожа на форум, але в якій лише одна особа або група може розміщувати матеріали. Автор (вчитель/вчителька, один учень чи група учнів) публікує запис у своєму онлайн-щоденнику (блогі), надаючи іншим учням можливість прочитати й обговорити наданий матеріал. Учні можуть залишати коментарі та оцінювати якість публікації, включаючи можливість вираження своїх думок іншою мовою, що сприяє розвитку мовленнєвих навичок [28].

**Електронна пошта** на сьогоднішній день є найбільш широко використовуваною та універсальною послугою серед користувачів Інтернету у всіх галузях діяльності. Ця технологія дозволяє надсилати не лише текстові повідомлення, але й графічні документи, аудіо та відеофайли, а також програми. Електронна пошта постійно удосконалюється і зазнає змін. Існують різноманітні програми електронної пошти, які надають різноманітні функції. Поштові скриньки з E-mail (скорочення від Electronic Mail) є практично у кожного, оскільки вони дозволяють взаємодіяти з іншими користувачами швидко та ефективно. Переваги, такі як швидкість відправлення повідомлень і зручність використання, стали основними факторами, які зробили електронну пошту більш популярною, витісняючи традиційну «паперову пошту» [17].

**Анкетування** – для оцінки знань під час дистанційного навчання зручно використовувати різноманітні анкети. Анкета представляє собою гнучкий інструмент, оскільки формулювання питань можна варіювати різними способами. Після вивчення кожної теми у дистанційному форматі навчання можна впроваджувати анкети, де учні мають можливість оцінити свої навички за такими критеріями: розумію і можу розв’язувати самостійно, розумію і можу розв’язувати з допомогою, не розумію і не можу розв’язати [28].

#### ***1.3.4. Засоби та інструменти для дистанційного навчання***

Дистанційне навчання має забезпечувати різні можливості, такі як проведення онлайн-уроків, доступ до різноманітних електронних навчальних ресурсів, відправлення завдань учнів (тести чи виконані практичні завдання в зошитах), оцінювання та надання зворотного зв’язку з приводу виконаних робіт, а також можливість задавати питання та отримувати відповіді поза межами онлайн-уроку. Ефективним вважається створення віртуальних просторів, подібних до «класних кімнат», як точок входу для учнів конкретного класу. Ці простори ведуть до окремих кабінетів вчителів, де відбувається безпосередня навчальна взаємодія. Така структура може бути

реалізована різними технічними інструментами, такими як Padlet, Google Classroom, Moodle та інші [28].

**Zoom** ([zoom.us/download](https://zoom.us/download)) – програма, що організовує відеоконференції, розроблена компанією Zoom Video Communications. Цей сервіс дозволяє безкоштовно підключати одночасно до 100 пристроїв з обмеженням 40 хвилин для безкоштовних акаунтів. Користувачі можуть підвищити рівень обслуговування, скориставшись одним із тарифних планів, які дозволяють підключати до 500 осіб одночасно без обмежень по часу.

Під час пандемії COVID-19 стався найбільший сплеск популярності Zoom для віддаленої роботи, дистанційного навчання і соціального спілкування з використанням інтернету [44].

Дуже зручний сервіс для персональних чи групових занять. Ним можна користуватись на ПК, також можливо завантажити додаток на телефон чи планшет. Для приєднання до конференції важливо мати посилання на конференцію чи мати ідентифікатор та пароль. Для захисту від стороннього втручання і небажаних «гостей» в налаштуванні потрібно користуватись «кімнатою очікування». Платформа дозволяє демонструвати екран та має інтерактивну дошку, при цьому дуже легко перемикатись між цими сервісами. Програму можна завантажити з офіційного сайту, вона підтримує операційні системи Windows, macOS, Linux, Android, iOS.

Відеоконференції можна проводити також за допомогою Microsoft Teams, Google Meet, Skype тощо [28].

**Платформа Google Classroom** (<https://classroom.google.com>) – вебсервіс, розроблений компанією Google для освітніх закладів, призначений для спрощення процесу створення, поширення і організації завдань в електронному форматі. Головна мета цього сервісу полягає в прискоренні обміну файлами між педагогами та учнями. Використовується як вчителями та учнями у школах, так і викладачами та студентами у закладах вищої освіти [44].

Google Classroom відкритий для всіх користувачів, які мають особистий обліковий запис Google. За допомогою цієї платформи вчитель може легко керувати декількома курсами, розподіляти завдання, включаючи індивідуальні. Крім того, платформа надає можливість перевіряти та оцінювати виконані завдання.

На цьому ресурсі можна:

- створювати власні класи або курси;
- керувати реєстрацією учнів на курс;
- надавати учням необхідний навчальний матеріал;
- призначати завдання для виконання учнями;
- оцінювати завдання учнів та відстежувати їхній прогрес;
- забезпечувати комунікацію між учнями.

Спочатку необхідно створити клас, вказавши його назву, розділ, тему та аудиторію. Кожен курс автоматично отримує унікальний код, за яким учні зможуть знаходити свій «віртуальний клас». Доступ до нього також надається у мобільному додатку Google Клас для Android та iOS. Оскільки це продукт Google, платформа інтегрована з Google Документами, Google Диском і поштою Gmail, що відкриває можливості використання різноманітних інтерактивних методів навчання.

Важливі моменти:

- Google Classroom доступний в будь-якому місці з підключенням до Інтернету. Можна відвідати Клас з комп'ютера за допомогою будь-якого браузера або з мобільних пристроїв, що працюють на операційних системах Android і Apple iOS.
- Люди з повним чи частковим порушенням зору можуть користуватися Google Classroom за допомогою програм читання з екрану. Для пристроїв iOS доступний VoiceOver, а для Android – TalkBack.
- Google приділяє особливу увагу забезпеченню безпеки в інформаційному просторі: Google Classroom позбавлений реклами, а всі розміщені матеріали неможливо використовувати у комерційних цілях [45].

**Платформа Moodle** (<https://moodle.org/>) – це модульне об'єктно-орієнтоване динамічне середовище для навчання, також відоме як система управління навчанням, система управління курсами, віртуальне навчальне середовище або просто платформа для навчання. Вона забезпечує вчителям, учням та адміністраторам широкий набір інструментів для комп'ютеризованого навчання, включаючи дистанційне навчання.

Отже, ця платформа включає широкий спектр навчальних компонентів, відомих як «модулі», які сприяють взаємодії та співпраці між вчителем та учнем. За допомогою цієї платформи вчитель може вибрати будь-який модуль, розміщувати його на сайті, редагувати, оновлювати та використовувати для інформування, навчання та оцінювання школярів. Платформа також надає можливість використовувати форуми в рамках навчальної дисципліни, відстежувати активність учнів, містить зручний електронний журнал оцінок, календар подій, новини та анонси, онлайн-тестування, вікі-ресурси, систему обміну повідомленнями, а також надає можливість завантажувати файли та вибрати форми задачі завдань [26, 28].

**ClassDojo** (<https://www.classdojo.com/uk-ua/signup/>) – є простим інструментом для оцінювання роботи класу в режимі реального часу, який вирізняється комфортною системою заохочення, включаючи різні ролі та рівні доступу. Педагог реєструється на платформі та додає учнів свого класу. Кожен учень отримує персональний код для доступу до власного профілю, який також доступний батькам. ClassDojo дозволяє учням спілкуватися на сторінці класу, коментуючи пости вчителя. Школярі отримують аватари у вигляді монстрів, які «збирають» бали за виконані завдання. Вчитель присвоює бали за кожне завдання, і батьки можуть відстежувати успішність учнів у різних предметах, а також спостерігати за їхнім прогресом у соціальних навичках та так званих «soft skills» [28].

**Classtime** (<https://www.classtime.com/uk/>) – платформа для створення інтерактивних навчальних додатків не лише надає можливість аналізувати навчальний процес, але й реалізовує стратегії індивідуального підходу. Вона

включає бібліотеку ресурсів та функцію створення запитань. Засновано на принципі, що вчитель розробляє інтерактивний навчальний контент для конкретної теми (використовуючи, за необхідності, матеріали з бібліотеки), учні отримують доступ до цього матеріалу та починають його вивчення. У той час як учні працюють, вчитель в режимі реального часу має можливість відстежувати прогрес кожного учня [28].

**LearningApps.org** (LearningApps.org) – онлайн-сервіс, призначений для створення інтерактивних вправ, можна використовувати як індивідуальні завдання для учнів або у роботі з інтерактивною дошкою. Цей додаток Web 2.0 сприяє освітнім процесам, дозволяючи створювати різні типи вправ на різноманітні теми. Конструктор LearningApps.org розроблено для того, щоб створювати, зберігати та використовувати інтерактивні завдання з різних навчальних предметів, включаючи можливість створення вправ для використання з інтерактивною дошкою [28].

**Padlet.com** – віртуальна дошка, де можна розміщувати окремі плитки-дописи з текстовою інформацією, гіперпосиланнями, зображеннями, а також прикріплювати файли, аудіо- та відеозаписи. Вона підтримує режим коментування, де учні можуть навіть додавати свої виконані завдання. Важливо врахувати, що такий формат взаємодії може бути ефективним протягом уроків одного класу чи кількох класів на короткий період, оскільки доступний простір може швидко заповнитися. Зазначимо, що в безкоштовному обліковому записі можна використовувати лише три віртуальні дошки, але водночас це може стати зручною точкою для оперативного інформування та оголошень [28].

Додаткові сервіси та ресурси можуть розширити навчальний процес та відкрити нові можливості для учнів у вивченні матеріалу через інтерактивні методи.

В інтернеті доступні досить багато відеороликів, які розкривають теми шкільної програми, зокрема канал Міністерства освіти України

<https://www.youtube.com/c/MONUKRAINE>, курси платформ Prometheus <https://prometheus.org.ua/>, EdEra <https://www.ed-era.com/> та інші джерела.

Цифровими інструментами роботи з відео є, наприклад, сервіс <https://screencast-o-matic.com/> для запису скрінкастів, <https://edpuzzle.com/> для створення інтерактивних відео з запитаннями, вбудованими в хід ролика, <https://www.youtube.com/> для розміщення власних роликів та надання до них доступу через інтернет.

Під час традиційного класного уроку вчителі часто користуються класною дошкою як основним засобом навчання. Онлайновий варіант шкільної дошки дозволяє відтворити практично той же функціонал, а іноді навіть розширити його. Прикладами цифрових сервісів онлайн-дошок є <https://jamboard.google.com/> та <https://miro.com/app/>.

Тести з автоматичною перевіркою дозволяють швидко оцінити рівень засвоєння навчального матеріалу учнями. Зазвичай такі тестові системи дозволяють формувати різноманітні питання (множинний вибір, текстові або числові відповіді, упорядкування, встановлення відповідності і т.д.). Бібліотеки готових запитань часто надають можливість використовувати готові варіанти, які можна адаптувати за потребою. Важливо врахувати, що автоматизована перевірка, хоч і полегшує рутинні завдання вчителя, іноді не забезпечує достатню достовірність оцінювання освоєння теми. Тому рекомендується доповнювати тестові завдання практичними роботами. Вчитель може надавати зворотний зв'язок індивідуально за результатами тестування або враховувати динаміку відповідей учнів при плануванні наступних занять.

Онлайн-тести можна створювати в Google-формах, а також на спеціалізованих платформах, наприклад <https://www.classtime.com/uk/>. Популярними сервісами миттєвих опитувань є <https://kahoot.com/>, <https://www.mentimeter.com/>, <https://www.polleverywhere.com/> [28].

Ці інструменти надають вчителям можливість створювати різноманітні тести та опитування для учнів, використовуючи різні формати питань та забезпечуючи інтерактивний та захоплюючий процес навчання.

## ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 1

Застосування інклюзивної навчальної стратегії для учнів з особливими освітніми потребами в Україні є пріоритетом, віддзеркалюючи зв'язок з концепцією прав людини та рівних можливостей. Дослідження свідчать про те, що інклюзивна освіта сприяє розвитку потенціалу та підвищенню академічних досягнень цих учнів, формуючи їх комунікативні та соціальні навички. Використання індивідуалізованих підходів і технологій, таких як візуальні та аудіозасоби, сприяє ефективному навчанню. Для успішної інклюзивної освіти необхідно створювати безпечне та комфортне навчальне середовище, а також подолати стереотипи та дискримінацію, забезпечуючи інтегрований підхід, що враховує всі аспекти розвитку та сприяє рівним можливостям для всіх учнів.

Важливо дотримуватися ступеня складності та послідовності вивчення тригонометричного матеріалу, розпочинаючи ознайомлення з тригонометричними функціями кутового аргументу у курсі геометрії (8-9 класи) та переходячи до тригонометричних функцій числового аргументу у курсі алгебри і початків аналізу (10-11 класи).

Використання графіків, одиничних кіл та інших візуальних засобів є ключовим для полегшення розуміння тригонометричних понять. Активні методи, такі як групова робота та проєктна діяльність, сприяють залученню учнів до процесу навчання тригонометрії. Індивідуалізація навчання та диференційований підхід є важливими для задоволення унікальних потреб учнів, включаючи тих, хто має особливі освітні потреби. Залучення сучасних технологій, таких як комп'ютерні програми та інтерактивні дошки, робить навчання тригонометрії цікавішим та доступнішим.

Використання дистанційного навчання є ефективним і гнучким інструментом, забезпечуючи індивідуалізацію та активне залучення учнів через інтерактивні технології. Адаптація матеріалу до потреб учнів з ООП є важливою для забезпечення повноцінного доступу до інформації. Застосування ІКТ та мультимедійних програм допомагає розширити можливості учнів і покращити ефективність навчання, вимагаючи комплексного підходу, що включає технічну підготовку, програмне забезпечення та підготовку вчителів.

Ефективне вивчення тригонометрії вимагає збалансованого підходу, який об'єднує структурованість навчання, використання візуальних засобів, різноманітні педагогічні стратегії, індивідуалізацію, сучасні технології та можливість дистанційного навчання. Перехід до тренерської моделі навчання, використання синхронного та асинхронного навчання, а також збереження сталого режиму та безпеки дитини визначають особливості дистанційного навчання. Необхідно постійно враховувати здоров'я та емоційний стан учнів, і в разі напруження або неспроможності адаптації до нового формату, важливо застосовувати індивідуальні підходи та альтернативні методи навчання. Всі ці аспекти підтверджують, що дистанційна форма навчання є ефективним та гнучким інструментом, забезпечуючи доступність та індивідуалізацію навчання для всіх учнів, особливо в контексті сучасних викликів освітнього процесу. При виборі інструментів для дистанційного навчання вчителі повинні керуватися відповідністю їх методичним цілям і ефективністю у досягненні навчальних результатів. Забезпечення легкості використання для вчителів і учнів, універсальність та доступність для осіб з особливими освітніми потребами, уникання зайвих реєстрацій і дотримання правил інформаційної безпеки є ключовими аспектами. Важливо встановити ефективну комунікаційну систему, що задовольняє різні вимоги взаємодії, включаючи швидкі повідомлення, представлення нового матеріалу та забезпечення зворотного зв'язку. Гнучкість та різноманітність комунікаційної системи, яка забезпечує

зручний доступ через єдиний ресурс або портал, є важливими аспектами. Використання різних форм онлайн-комунікації, таких як відеоконференції, форуми, чати та блоги, сприяє успішному навчанню та розвитку необхідних навичок учнів. Практичність та універсальність обраних інструментів важливі для забезпечення ефективної взаємодії в онлайн-середовищі.

## РОЗДІЛ 2

### МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ЩОДО НАВЧАННЯ ТРИГОНОМЕТРІЇ УЧНІВ З ОСОБЛИВИМИ ОСВІТНІМИ ПОТРЕБАМИ ЗАСОБАМИ ДИСТАНЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ

#### **2.1. Вибір підходу до використання засобів дистанційного навчання у процесі вивчення тригонометрії учнями з особливими освітніми потребами**

Вибір підходу до використання засобів дистанційного навчання у процесі вивчення тригонометрії учнями з особливими освітніми потребами є актуальною та складною задачею. У цьому розділі розглянемо основні критерії, які слід враховувати при виборі такого підходу, а також проаналізуємо переваги та недоліки різних типів засобів дистанційного навчання для вивчення тригонометрії.

Основними критеріями, які слід враховувати при виборі підходу до використання засобів дистанційного навчання, є:

**Адаптивність.** Засоби дистанційного навчання повинні бути адаптивними до індивідуальних особливостей учнів з особливими освітніми потребами, таких як рівень знань, стиль навчання, темп навчання, інтереси, мотивація тощо. Адаптація означає зміну методики викладання, типів матеріалів та/або завдань чи продуктів навчальної діяльності, які готує учень. Зокрема, деякі учні з фізичною інвалідністю не можуть писати, а тому мають виконувати письмові завдання за допомогою комп'ютера [20]. Адаптивність засобів дистанційного навчання може бути досягнута за допомогою персоналізації завдань (у залежності від рівня знань і вмінь), тестувань і оцінювання для відстеження прогресу та коригування навчальної програми.

**Інтерактивність.** Засоби дистанційного навчання повинні бути інтерактивними, тобто забезпечувати можливості для активної участі учнів у навчальному процесі, сприяти розвитку їх критичного мислення, творчості, співпраці тощо. Інтерактивність засобів дистанційного навчання може бути

досягнута за допомогою різноманітних форматів навчального контенту, таких як веб-квести, симуляції, ігри, анімації, веб-конференції, форуми, блоги тощо.

**Доступність.** Засоби дистанційного навчання повинні бути доступними для усіх учнів з ООП, незалежно від їх функціональних обмежень. Доступність засобів дистанційного навчання може бути досягнута за допомогою застосування принципів універсального дизайну навчання (УДН) [5], який передбачає створення гнучких та різноманітних навчальних середовищ, які задовольняють потреби всіх учнів без виключень. УДН базується на семи принципах, проте у контексті організації дистанційного навчання виділимо три: рівноправне використання (забезпечення доступу до інформації та ресурсів за допомогою різних форматів, таких як текст, аудіо, відео, для врахування різних потреб учнів), гнучкість у користуванні (надання інформації у різних формах, щоб кожен школяр міг обрати той спосіб, який відповідає його потребам), просте та зручне використання (забезпечення легкості використання і навігації для всіх користувачів з постійною перевіркою та оцінкою доступності засобів дистанційного навчання з метою виправлення можливих недоліків і поліпшення доступу для всіх).

Різні типи засобів дистанційного навчання мають свої переваги та недоліки для вивчення тригонометрії учнями з особливими освітніми потребами.

У таблиці 2.1 розглянуто переваги та недоліки чотирьох основних типів засобів дистанційного навчання: електронні підручники, веб-сайти, відеоуроки та онлайн-курси.

На основі порівняльного аналізу можна зробити висновок, що найбільш оптимальним підходом до використання засобів дистанційного навчання у процесі вивчення тригонометрії учнями з ООП є комбінація різних типів засобів, які враховують їх переваги та недоліки, а також критерії адаптивності, інтерактивності та доступності. Такий підхід дозволить

створити гнучке, різноманітне та ефективне навчальне середовище для учнів з ООП, яке сприятиме їх успішному опануванню тригонометрії.

Таблиця 2.1. Переваги та недоліки чотирьох основних типів засобів дистанційного навчання

Тип засобу	Переваги	Недоліки
1	2	3
Електронні підручники	<p>Можуть містити ілюстрації, анімації, гіперпосилання, аудіо- та відеофайли, що полегшують сприйняття тригонометричних понять та формул.</p> <p>Можуть мати адаптивну функцію, яка дозволяє змінювати розмір шрифту, колір фону, контрастність тощо.</p> <p>Можуть мати інтерактивну функцію, яка дозволяє учням виконувати вправи, тести, головоломки тощо.</p>	<p>Можуть бути недоступними для учнів з вадами зору або слуху, якщо не мають альтернативних форм представлення контенту.</p> <p>Можуть бути незручними для читання на малих екранах мобільних пристроїв.</p> <p>Можуть бути дорогими або вимагати спеціального програмного забезпечення для перегляду.</p>
Веб-сайти	<p>Можуть містити багатий та різноманітний контент, такий як текст, графіка, аудіо, відео, симуляції, ігри тощо.</p> <p>Можуть мати інтерактивну функцію, яка дозволяє учням спілкуватися з іншими учасниками навчального процесу за допомогою форумів, блогів, чатів тощо.</p> <p>Можуть мати адаптивну функцію, яка дозволяє підлаштовуватися до індивідуальних потреб та інтересів учнів.</p>	<p>Можуть бути недоступними для учнів з вадами зору або слуху, якщо не мають альтернативних форм представлення контенту.</p> <p>Можуть бути ненадійними або застарілими, якщо не мають авторитетних джерел або дати публікації контенту.</p> <p>Можуть бути перевантажені рекламою або інформацією, яка не стосується теми навчання.</p> <p>Можуть бути важкими для пошуку або навігації, якщо не мають зручної структури або пошукової системи.</p>

Продовження таблиці 2.1

1	2	3
Відеоуроки	<p>Можуть містити наочні та динамічні пояснення тригонометричних понять та прикладів.</p> <p>Можуть мати інтерактивну функцію, яка дозволяє учням контролювати темп, порядок та повторення відеоуроків.</p> <p>Можуть мати адаптивну функцію, яка дозволяє змінювати якість, розмір або швидкість відтворення.</p>	<p>Можуть бути недоступними для учнів з вадами зору або слуху, якщо не мають субтитрів, перекладу жестовою мовою або аудіоопису.</p> <p>Можуть бути нудними або одноманітними, якщо не мають елементів гумору, емоцій, захоплення тощо.</p> <p>Можуть бути обмеженими у кількості та різноманітності, якщо не мають доступу до великої бази відеоуроків з різних джерел.</p>
Онлайн-курси	<p>Можуть містити комплексний та послідовний навчальний план, який охоплює всі теми тригонометрії.</p> <p>Можуть мати інтерактивну функцію, яка дозволяє учням отримувати зворотний зв'язок, оцінку та сертифікат про проходження курсу.</p> <p>Можуть мати адаптивну функцію, яка дозволяє учням вибирати свій індивідуальний шлях навчання на основі свого рівня знань, цілей та інтересів</p>	<p>Можуть бути недоступними для учнів з вадами зору або слуху, якщо не мають альтернативних форм представлення контенту.</p> <p>Можуть бути складними або стресовими для учнів, якщо мають високі вимоги до часу, обсягу або складності навчальних завдань.</p> <p>Можуть мати високу вартість або вимагати реєстрації чи авторизації для доступу до курсу</p>

## 2.2. Методичні вказівки щодо використання засобів дистанційного навчання, пристосованих до потреб учнів з особливими освітніми потребами

Щорічно спостерігається зростання кількості дітей з особливими освітніми потребами. Згідно з офіційною статистикою, наданою Міністерством освіти та науки [46], протягом 2022/2023 навчального року

кількість учнів з особливими освітніми потребами в інклюзивних класах закладів загальної середньої освіти зросла на 1175 осіб і складає 33861 учня (порівняно з 32686 учнями у 2021/2022 році). Кількість інклюзивних класів збільшилась на 1779 одиниць і на даний момент становить 24995 класів (у порівнянні з 23216 класами минулого навчального року). З цього випливає, що питання інклюзії стає дедалі важливішим і актуальнішим у наш час.

Останні події у світі, такі як пандемія COVID-19, суттєво вплинули на систему освіти та виокремили важливість дистанційного навчання. Зміни, які відбулися у цей період, дозволили переосмислити інклюзивність і доповнити її новими вимогами і викликами.

Дистанційний формат навчання дозволить враховувати особливі потреби учнів з ООП та вдосконалювати підходи до інклюзивної освіти. Однак разом із зростанням кількості інклюзивних класів і підвищенням усвідомлення важливості інклюзивної освіти, також з'являються нові виклики.

Для успішного впровадження інклюзивних підходів у дистанційному навчанні необхідно забезпечити інтерактивне взаємодіюче середовище, де кожен учень може знаходити оптимальний темп і рівень складності для свого розвитку. Також важливо розвивати індивідуальні підходи, враховуючи можливості та обмеження кожного учня з особливими освітніми потребами [2,43].

Методика викладання математики у цілому і конкретно тригонометрії також має бути адаптована для учнів з ООП, зокрема у контексті дистанційного навчання та в інклюзивному середовищі. Основна мета – забезпечити доступність та зрозумілість матеріалу для всіх учнів незалежно від їхніх потреб та можливостей. Тут важливо дотримуватись декількох методичних підходів: має бути застосована візуалізація матеріалу (відеоуроки, анімація, інтерактивні додатки, використання графіків та діаграм для ілюстрації тригонометричних функцій та їх залежностей); мовні пояснення матеріалу мають бути прості і зрозумілі, без використання

складних математичних термінів та формул; для проведення опитувань та отримання негайного фідбеку можна застосовувати веб-платформи; використовувати інтерактивні вправи, які учень може виконувати у своєму темпі; проводити онлайн-консультації (групові чи індивідуальні) для вирішення питань або надання підтримки; застосовувати диференціацію завдань (створювати завдання для різних груп учнів залежно від їх рівня знань та вмінь), що забезпечить можливість обрання завдань учнями з урахуванням їх індивідуальних потреб; потрібно адаптувати матеріал під потреби учнів (наприклад, шляхом додавання субтитрів чи аудіосупроводу) [6].

У навчальній програмі з математики для 10 класу рівня стандарту [23] вказано наступний зміст навчального матеріалу: синус, косинус, тангенс кута; радіанне вимірювання кутів; тригонометричні функції числового аргументу та основні співвідношення між ними; формули зведення; періодичність функцій; властивості та графіки тригонометричних функцій; формули додавання для тригонометричних функцій та наслідки з них; найпростіші тригонометричні рівняння.

У восьмому класі учні вперше стикаються з поняттями синусу, косинусу, тангенсу та котангенсу під час вивчення прямокутних трикутників. На той момент вони освоюють ідею, що синус та косинус є відношенням сторін прямокутного трикутника і визначаються для його гострих кутів. У 10 класі ці тригонометричні функції розглядаються вже як функції числового аргументу. Для уникнення непорозумінь та помилок вивчення цих понять краще розпочати з одиничного кола та розгляду поняття радіанної міри кута та її взаємозв'язку з градусною мірою кута.

Важливо підкреслити, що вимірювання кутів у радіанній мірі дозволяє розглядати синус, косинус, тангенс, котангенс як тригонометричні функції числового аргументу. Оскільки кути можна вимірювати як дуги кола, важливо вказати на те, що зручно використовувати саме коло з радіусом одиниця, тобто одиничне коло. Вивчення властивостей тригонометричних

функцій також здійснюється з використанням одиничного кола. Можна пояснити, що числова вісь наче «намотана» на одиничне коло, і початок цієї вісі розташований в точці  $x=0$ . Додатна вісь «намотана» в додатному напрямку, або, іншими словами, проти годинникової стрілки, тоді як від'ємна вісь «намотана» у протилежному напрямку.

У результаті такої роботи з одиничним колом, учні повинні мати навички визначення заданих чисел на одиничному колі. Крім того, вони мають вміти визначати знаки тригонометричних функцій у різних координатних четвертях і бути здатними складати аналітичні записи для дуг числового кола [12]. Вкрай важливим є навички переходу від радіанної міри кута до градусної і навпаки.

Оскільки у дев'ятому класі вже вводилося означення тригонометричних функцій для кутів від  $0^\circ$  до  $180^\circ$ , то в десятому класі необхідно розширити ці знання і узагальнити їх для довільних значень кута повороту. Відповідно, далі переходимо до поступового вивчення означень основних тригонометричних функцій числового аргументу. Тут учні мають виконувати завдання на знаходження значення тригонометричних функцій числового аргументу. Важливо висвітлити для учнів, що такий підхід дозволяє визначити тригонометричні функції лише для обраних кутів. Для отримання значень тригонометричних функцій для будь-яких кутів, зазвичай, використовують чотиризначні таблиці або електронні калькулятори.

У десятому класі учні продовжують розвивати своє розуміння тригонометрії, розглядаючи тригонометричні функції для будь-яких значень кутів. Це дозволяє їм більш широко застосовувати тригонометрію у різних областях математики та фізики. Після узагальнення поняття тригонометричних функцій, учні вивчають їх властивості, а також аналізують графіки цих функцій.

Для закріплення отриманих знань про тригонометричні функції та їх властивості, доцільно виконувати завдання на визначення областей значень та областей визначення більш складних функцій, в яких використовуються

тригонометричні вирази. Також можна включити завдання на побудову графіків складних функцій, отриманих шляхом перетворення базових тригонометричних функцій. Додатково стимулювати учнів порівнювати значення тригонометричних функцій або знаходити їх нестандартні значення без таблиць, шляхом перетворень.

Далі вивчаються основні співвідношення між тригонометричними функціями одного аргументу (основні тотожності) та формули додавання та зведення.

Завершується вивчення циклу тригонометрії розв'язуванням найпростіших тригонометричних рівнянь. Для розв'язування тригонометричних рівнянь вводиться поняття оберненої тригонометричної функції. При розв'язуванні тригонометричних рівнянь важливо підкреслити основну відмінність між ними та алгебраїчними рівняннями: тригонометричні рівняння, де змінна входить під знак тригонометричної функції, можуть взагалі не мати розв'язків, або мати безліч їхніх значень, що пов'язано з періодичністю тригонометричних функцій. Тут варто розглянути два способи розв'язування таких рівнянь: графічний та за допомогою одиничного кола. Важливо акцентувати увагу учнів на контролі розв'язків тригонометричних рівнянь, оскільки при перетвореннях корені можуть втрачатись або з'являтись нові [12, 37, 38].

Для ефективного вивчення тригонометрії засобами дистанційного навчання можна використовувати різноманітні інтерактивні методи та ресурси. Нижче подано деякі ідеї та рекомендації, які можуть бути корисними у цьому контексті [24, 35, 37, 41]:

- записуйте короткі відеолекції, де пояснюється теорія з тригонометрії, які можуть бути опрацьовані учнями, котрі були відсутні на уроці чи просто хочуть ще раз проглянути матеріал. При записі таких відео важливо говорити дивлячись прямо в камеру; це допоможе тим учням, які мають проблеми зі слухом. На такі відео можна накладати субтитри. Мова має бути виважена, у повільному темпі, максимально проста і зрозуміла. Ці ж

рекомендації стосуються і онлайн конференцій. В Zoom, наприклад, учні можуть включати субтитри, це полегшить сприйняття матеріалу;

- використовуйте інтерактивні презентації з можливістю демонстрації формул, графіків та одиничних кіл;
- використовуйте віртуальні демонстрації для пояснення геометричних понять та властивостей тригонометричних функцій;
- застосовуйте інтерактивні вправи для закріплення отриманого матеріалу;
- використовуйте онлайн-інструменти для віртуальних лабораторних робіт, де діти можуть експериментувати з тригонометричними функціями та перевіряти результати;
- пропонуйте учням реєструватися на відкриті онлайн-курси з тригонометрії, де вони можуть вивчати матеріал у своєму темпі та додатково розширювати свої знання;
- створюйте онлайн-форуми чи групи для обговорення тем з тригонометрії, де учні можуть взаємодіяти, обмінюватися думками та ставити питання;
- використовуйте інтерактивні онлайн-тести та завдання, а також автоматизовані системи для отримання зворотного зв'язку щодо рівня засвоєння тем;
- використовуйте освітні відео відомих педагогів чи експертів та блоги з тем тригонометрії;
- розробляйте онлайн-ігри та інтерактивні вправи для забезпечення веселого та цікавого вивчення матеріалу;
- надавайте можливість учням приєднуватися до віддалених консультацій для додаткових пояснень та допомоги.

Загалом, використання різноманітних інтерактивних інструментів та ресурсів може зробити процес вивчення тригонометрії цікавим та ефективним, навіть у віддаленому форматі.

Зважаючи на це та на проведені дослідження щодо особливостей викладання математики для дітей з особливими освітніми потребами далі

пропонуємо власні розробки, які стануть у нагоді при викладанні тригонометрії засобами дистанційного навчання.

### 2.3. Розробка візуальних матеріалів на платформі GeoGebra для покращення навчання тригонометрії учнів з особливими освітніми потребами

Вивчення тригонометричного матеріалу у десятому класі починається з введення поняття радіанної міри кута. За означенням кут в один радіан дорівнює центральному куту кола, що спирається на дугу, яка дорівнює радіусу кола. Для візуалізації цього поняття, а також для наочного доведення, що радіанна міра кута (дуги) не залежить від радіуса кола, створено на платформі GeoGebra розробку [47].

За допомогою повзунка можна змінювати радіус  $r$  і спостерігати, як при цьому змінюється кут  $\alpha$  та міра дуги  $d$ . Тут можна побачити, що довжина дуги завжди дорівнює радіусу при незмінному куті  $\alpha$ . Таким чином, можна показати, що далі для зручності можна застосовувати одиничне коло, тобто коло з радіусом одиниця.

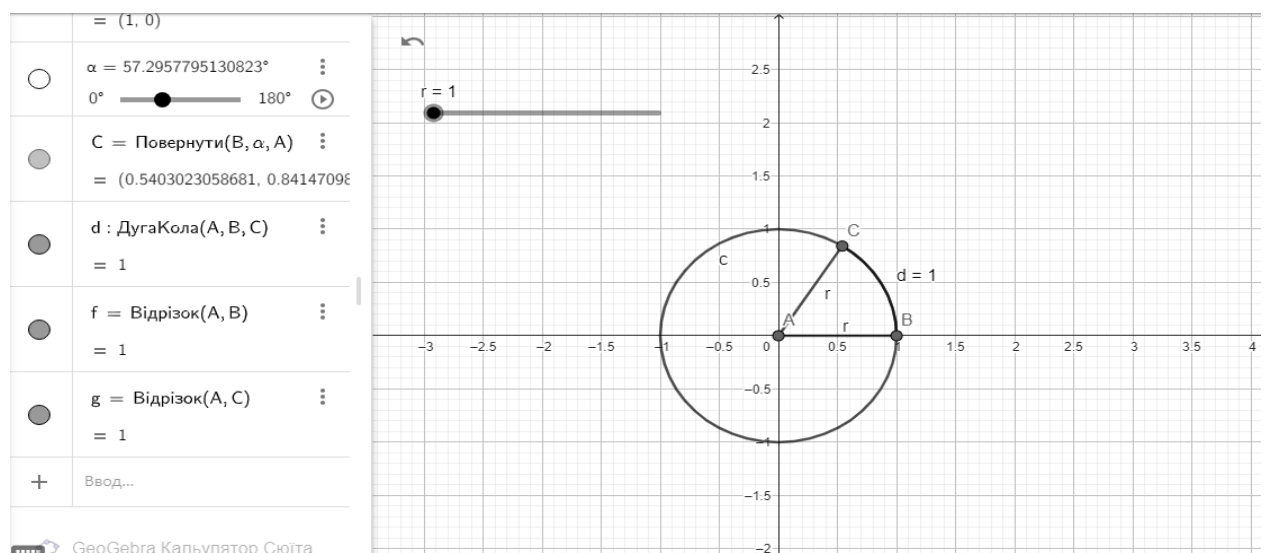


Рис.2.1. Одиничне коло

Така вправа спростить не лише викладення теоретичного матеріалу та зробить його зрозумілішим, що полегшить засвоєння нового матеріалу, який буде застосовуватись впродовж усього вивчення тригонометрії, але й допоможе учням самостійно дослідити той факт, що радіанна міра кута (дуги) не залежить від радіуса кола. Тобто цей інтерактивний інструмент допомагає не лише передати теоретичний матеріал, але й робить його доступнішим та зрозумілішим для учнів, полегшуючи їхнє засвоєння матеріалу та стимулюючи інтерес до подальшого вивчення тригонометрії.

Якщо у попередній розробці змінити крок руху повзунка, то можна показати залежність міри дуги від центрального кута, що виражається  $\alpha R$ .

На допомогу може прийти також Jamboard, де можна розмістити ілюстрації з підручника математики [18], наприклад, для пояснення залежності міри дуги від центрального кута. У такому варіанті онлайн-дошку можна використовувати і під час заняття в Google Meet, її можна зберегти у вигляді картинки чи pdf-файлу та розмістити у гугл класі чи надіслати у месенджері.

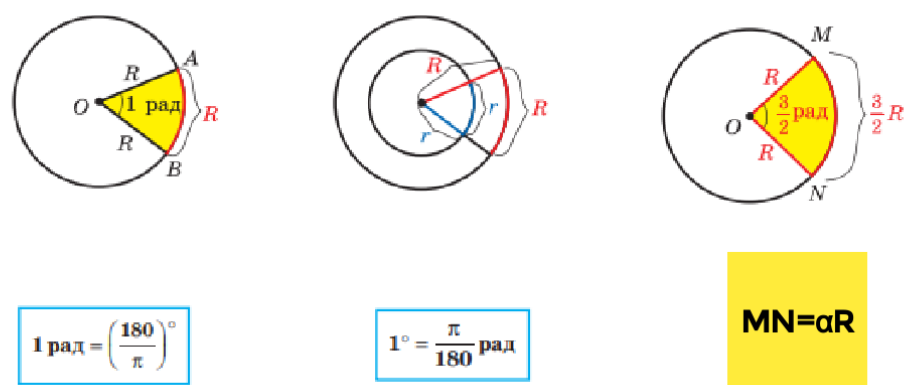


Рис.2.2. Jamboard. Залежність міри дуги від центрального кута

Наступним етапом у вивченні тригонометрії є перехід до безпосереднього вивчення тригонометричних функцій числового аргументу.

Цей етап є фундаментом для подальшого вивчення тригонометрії та застосування отриманих знань в інших галузях. Тож важливо, щоб учні чітко засвоїли поняття тригонометричних функцій, їх властивостей та графіків.

Тому нами пропонується розробка на платформі GeoGebra [51], яка дозволяє графічно пояснити означення тригонометричних функцій  $\sin x$  та  $\cos x$ . Тут окремо можна розглянути функцію  $\sin x$ , потім окремо розглянути функцію  $\cos x$ , а також можна розглянути одночасно дві функції та дослідити різницю у їх поведінці.

Якщо встановити «прапорець»  $\sin x$ , то можна одразу показати, що синус кута визначається як ордината точки  $P$  одиничного кола, яку дістають внаслідок повороту точки  $P_0(1,0)$  кут  $x$  радіан,  $PA = \sin x$  (рис. 2.3).

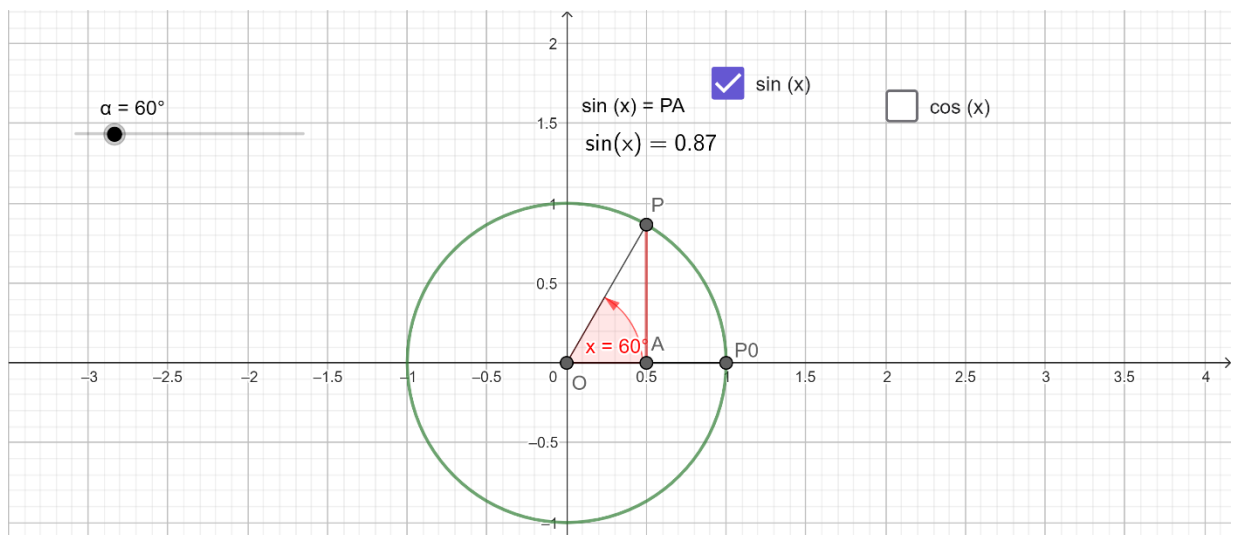


Рис. 2.3. Функція  $\sin(x)$

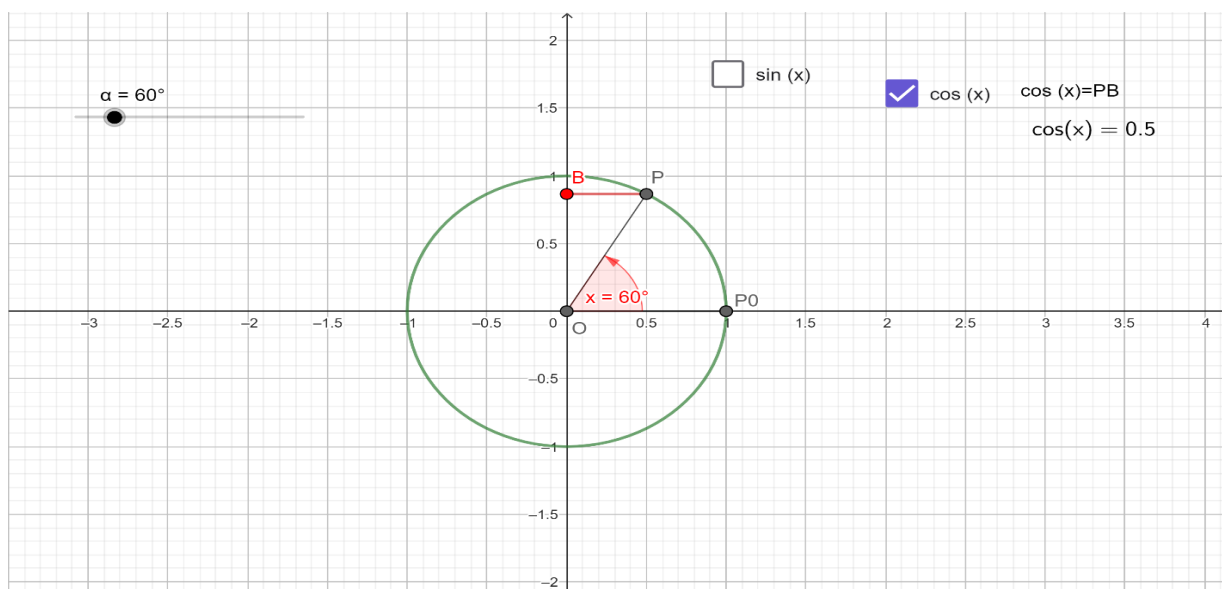


Рис. 2.4. Функція  $\cos(x)$

Якщо ж встановити «прапорець»  $\cos x$ , то можна показати, що косинус кута визначається як абсциса точки  $P$  одиничного кола, яку дістають внаслідок повороту точки  $P_0(1,0)$  кут  $x$  радіан,  $PB = \cos x$  (рис. 2.4).

Важливо зазначити, що окрім пояснення означень функції косинуса та синуса, за допомогою даної розробки можна дослідити знаки цих функцій у різних координатних четвертях, а також поступово перейти до вивчення парності та непарності функцій.

Ця розробка надає можливість учням інтерактивно експериментувати з параметрами та спостерігати, як змінюються значення косинуса та синуса у різних точках кола. За допомогою GeoGebra можна легко вивчити знаки функцій косинуса та синуса у різних координатних четвертях. Це дозволяє учням зрозуміти, як знаки функцій залежать від розташування точки відносно осей координат.

Також дана розробка може послужити початковим кроком для вивчення властивостей функцій. Учні можуть помічати, як змінюються графіки функцій при відображенні відносно осей та вивчати ці властивості експериментально. Візуалізація та інтерактивність сприяють легшому засвоєнню матеріалу та активній участі учнів у навчанні.

Усі ці аспекти дають можливість вважати розробку на платформі GeoGebra ефективним інструментом для дослідження функцій косинуса та синуса, що сприяє глибокому розумінню тригонометричних функцій учнями, включаючи учнів з особливими потребами. Учні можуть вивчати матеріал у власному темпі, використовуючи різноманітні можливості GeoGebra для роботи з графіками, а вчителі можуть використовувати розробку для оцінювання, спостерігаючи за діяльністю учнів під час дослідження.

Оскільки функції  $tgx = \frac{\sin x}{\cos x}$  та  $ctgx = \frac{\cos x}{\sin x}$ , то і поведінка цих функцій

у різних координатних четвертей буде залежати від синуса та косинуса.

Після завершення цього етапу переходимо до безпосереднього вивчення властивостей тригонометричних функцій та їх графіків.

Спочатку досліджуються властивості функції  $\sin x$ . Тут розглядають область визначення функції, множину значень, парність та непарність функції, періодичність функції, також можна дослідити проміжки знакосталості, проміжки монотонності функції, точки перетину з осями тощо. За цією ж схемою розглядають потім функцію  $\cos x$ , а вже потім  $tgx$  та  $ctgx$ .

Для візуалізації графіків цих тригонометричних функцій, а також для полегшення демонстрації при дистанційній формі навчання, нами була створена розробка на платформі GeoGebra [53].

Ця розробка (рис. 2.5) дозволяє візуалізувати графіки тригонометричних функцій  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $tgx$  та  $ctgx$  окремо кожну або можна порівнювати різні функції між собою. Для цього варто лише встановити відповідний «прапорець/ці».

Як видно з рис.2.5, дана розробка дозволяє дослідити разом з учнями всі властивості функції  $\sin x$ . Крім того можна розглянути поведінку точки  $S$  (тобто зміну значення  $\sin x$ ) в залежності від того, на який кут відхиляється точка  $B$  від точки  $C$ .



значення  $\operatorname{tg} x$ ) та точки  $G$  (відповідно змiну значення  $\operatorname{ctg} x$ ) в залежності від кута відхилення точки  $B$  від точки  $C$ .

Розробка на платформі GeoGebra для візуалізації графіків тригонометричних функцій  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\operatorname{tg} x$  та  $\operatorname{ctg} x$  має декілька значущих переваг і можливостей: розробка дозволяє учням і вчителям візуально спостерігати за графіками тригонометричних функцій, що полегшує розуміння їхніх форм та процес дослідження властивостей, що важливо для дітей з особливими освітніми потребами.

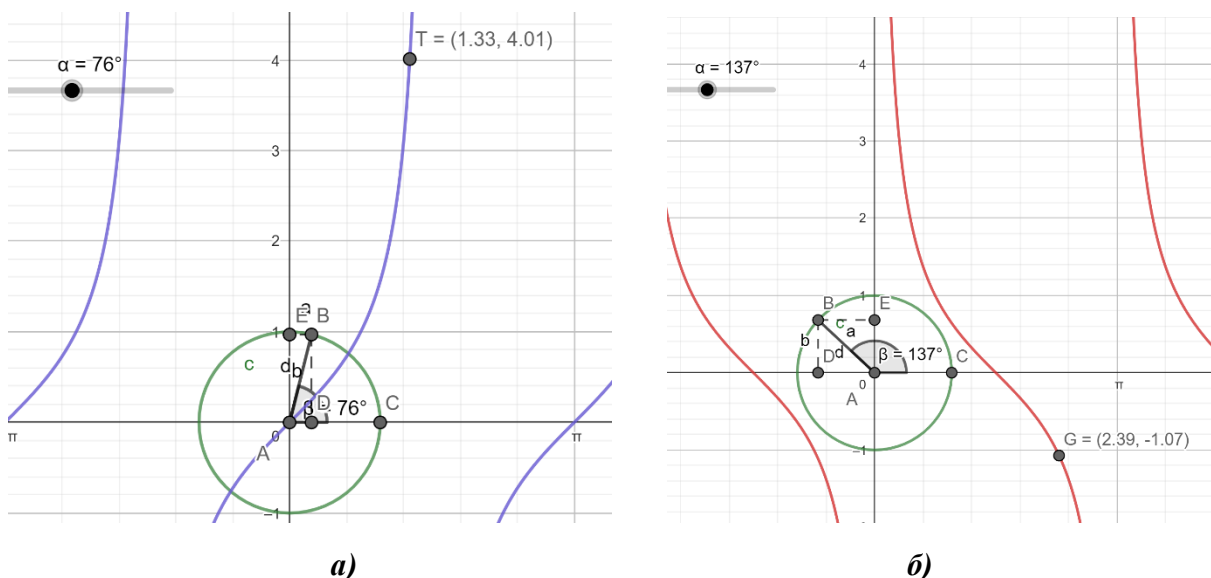


Рис. 2.7. Графік функції  $\operatorname{tg}(x)$  (а) і графік функції  $\operatorname{ctg}(x)$  (б)

Також учні можуть порівнювати графіки різних тригонометричних функцій одночасно, що дозволяє аналізувати їхні відмінності та подібності, а це може допомогти у формуванні повного уявлення про залежності між цими функціями. Оскільки є можливість самостійно обирати тригонометричні функції для взаємодії з її графіками, то навчання активізується, що в свою чергу дозволяє експериментувати з різними параметрами.

Розробка дозволяє провести детальне дослідження властивостей кожної тригонометричної функції, а також спостерігати за змінами значень в точках графіка при різних параметрах.

У зв'язку із зручністю використання GeoGebra в онлайн-середовищі, розробка стає ефективним інструментом для дистанційного навчання. Вона дозволяє вчителям та учням легко демонструвати один одному графіки в режимі реального часу.

Усі ці можливості роблять дану розробку корисним інструментом для вивчення тригонометричних функцій та їх властивостей, сприяючи глибокому розумінню матеріалу та активній участі дітей у навчанні.

#### **2.4. Розробка інтерактивних вправ на платформі Learningapps.org**

Для перевірки рівня засвоєння знань про найчастіше вживані градусні та радіанні міри кутів було розроблено вправу на платформі Learningapps.org «Знайди пару» [48]. Суть вправи полягає у тому, що потрібно створити пару між градусною мірою кута (наприклад,  $90^0$ ) і відповідною їй радіанною мірою кута (у цьому випадку буде  $\frac{\pi}{2}$ ).

Завдання «Знайди пару» (рис. 2.8) на платформі Learningapps.org є важливим і ефективним інструментом для перевірки рівня засвоєння знань щодо еквівалентності градусних та радіанних мір кутів. Ця вправа має кілька переваг, які сприяють кращому розумінню та запам'ятовуванню матеріалу: включає учнів у активний процес навчання, де вони повинні взаємодіяти з відповідними парами градусів та радіанів, що сприяє поглибленню знань через практичний досвід; школярі повинні систематизувати свої знання про відповідності між градусами та радіанами, щоб успішно вирішити завдання, тому цей процес допомагає закріпити та узагальнити навчальний матеріал; учні мають можливість самостійно розв'язувати завдання і перевіряти свої відповіді, що сприяє розвитку навичок самостійної роботи та впевненості у своїх знаннях; процес пошуку та порівняння пар розвиває когнітивні навички учнів.

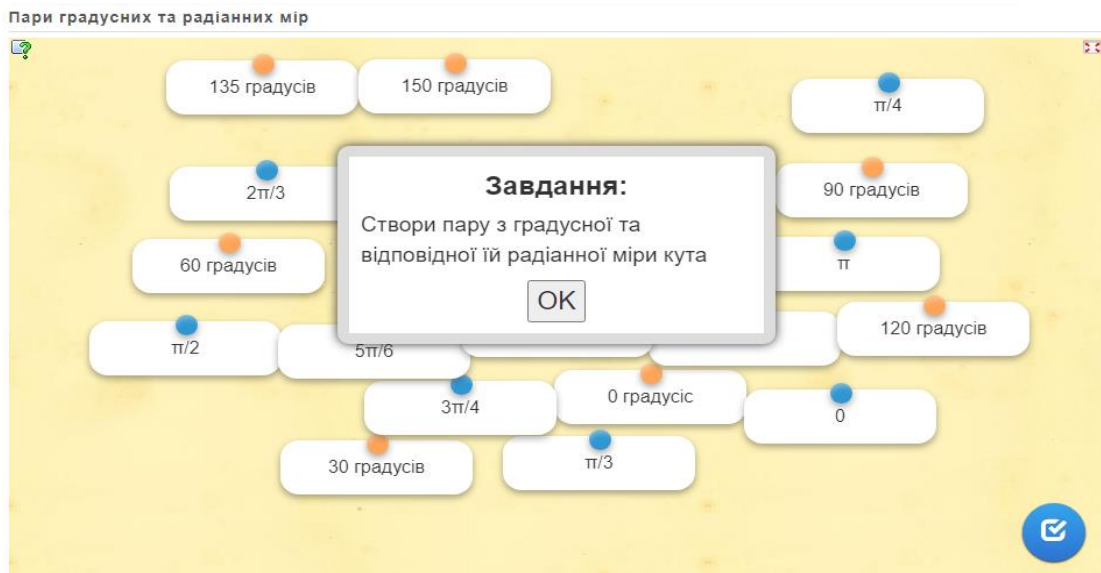


Рис. 2.8. Вправа на платформі Learningapps.org «Знайди пару»

У процесі вирішення завдання вчитель може отримати зворотний зв'язок щодо рівня розуміння та прогресу учня з ООП.

Learningapps.org дозволяє використовувати це завдання як частину дистанційного навчання або навчання в інтерактивному форматі у класі, а це робить вправу доступною та зручною для використання у різних навчальних середовищах.

Враховуючи ці переваги, можна вважати, що завдання «Знайди пару» є ефективним засобом перевірки рівня засвоєння знань про градусні та радіанні міри кутів, сприяючи глибшому розумінню і запам'ятовуванню матеріалу. Воно адаптоване для врахування індивідуальних освітніх потреб кожного учня, тут можна змінювати складність завдання або надавати підказки для дітей із особливими освітніми потребами.

Для перевірки вміння правильно застосувати правила переведення градусів у радіани і навпаки ми розробили ще одну інтерактивну вправу (рис. 2.9) на платформі Learningapps.org [49].

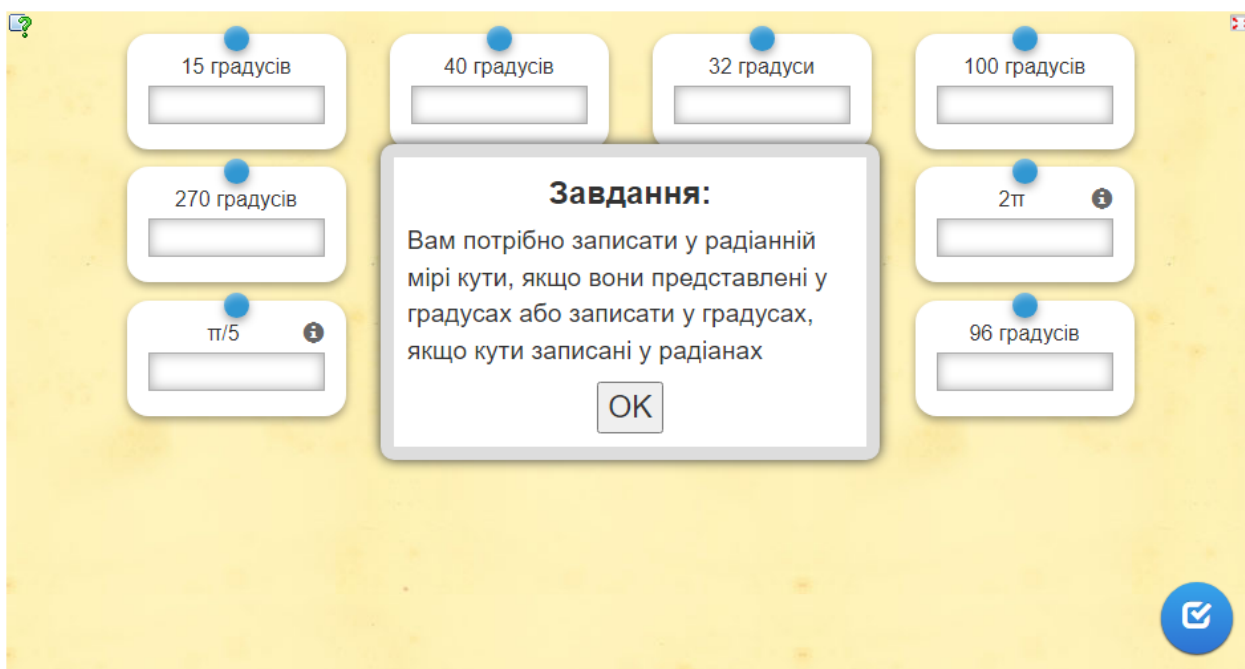


Рис. 2.9. Вправа на платформі Learningapps.org «Радіанна та градусна міра кутів»

У вправі учням потрібно записати у радіанній мірі кути, які представлені у градусній мірі, і в градусній мірі, якщо кут представлено у радіанній мірі.

Використання даної інтерактивної вправи, має численні переваги для навчання та засвоєння матеріалу. Учні мають можливість активно взаємодіяти з матеріалом, записуючи відповіді та виконуючи конкретні завдання. Це стимулює їхню активну участь у процесі навчання.

Завдання, де учні повинні переводити кути, відображає практичний аспект використання градусів і радіанів. Це сприяє легшому розумінню та запам'ятовуванню матеріалу через його застосування у конкретних вправах.

Платформа Learningapps.org надає можливість негайного зворотного зв'язку. Учні можуть перевіряти свої відповіді у реальному часі, що дозволяє їм коригувати помилки та вдосконалювати свої навички.

Переведення мір кутів з градусів у радіани та навпаки вимагає від учнів систематизації знань та використання правильних формул. Це сприяє глибшому засвоєнню та узагальненню навчального матеріалу.

Learningapps.org надає гнучкість у використанні матеріалів, що дозволяє вчителям інтегрувати це завдання у різноманітні уроки та формати навчання.

Крім того, розроблено ще одну вправу на цій платформі [50]. У цьому завданні (рис. 2.10) потрібно кожній точці на одиничному колі поставити у відповідність кут у градусах.

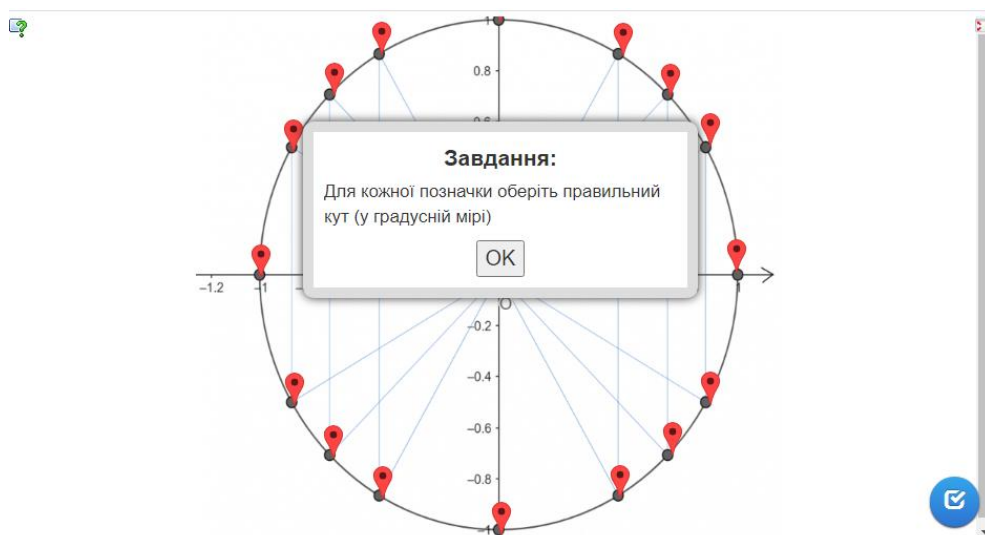


Рис. 2.10. Вправа на платформі Learningapps.org «Кути на одиничному колі»

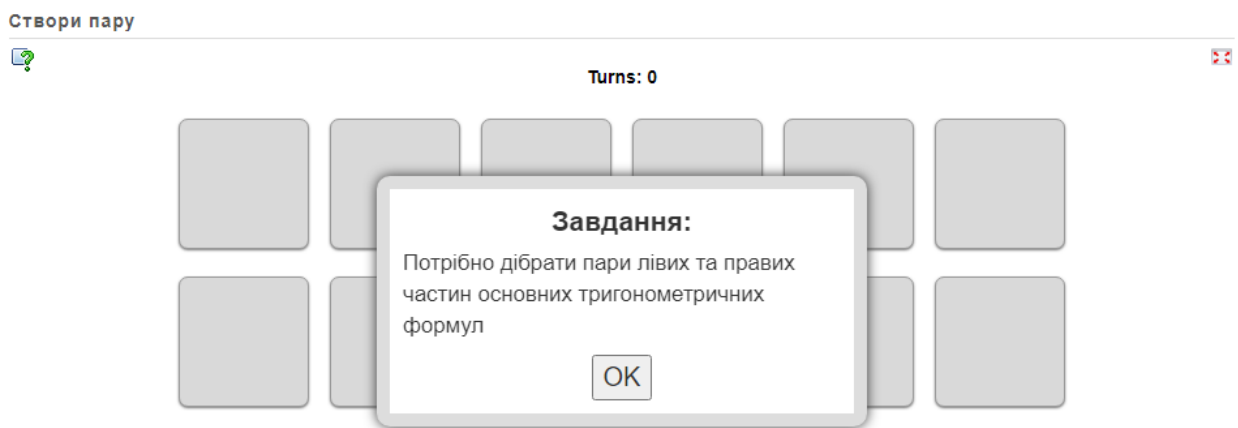
Вправа, де учні повинні поставити у відповідність кожній точці на одиничному колі відповідний кут у градусах, має значну цінність для навчання тригонометрії, оскільки узагальнює та систематизує знання, що необхідні для подальшого вивчення тригонометричних функцій числового аргументу. Крім того, вправа дозволяє учням візуально сприймати та асоціювати кути в градусах з точками на колі. Це сприяє геометричному розумінню та допомагає учням уявляти відповідність між мірою кута та його положенням на колі.

Оскільки учні мають можливість самостійно досліджувати та працювати з вправою та отримувати зворотній зв'язок одразу, то засвоєння матеріалу відбувається активніше та ефективніше. Дану вправу можна використовувати і під час дистанційного навчання, і при навчанні у класі.

Усі ці аспекти роблять вправу ефективним інструментом для вивчення тригонометрії, сприяючи якісній асиміляції знань та розвитку необхідних навичок учнів.

Загалом, інтерактивні вправи на Learningapps.org сприяють ефективному навчанню, надаючи дітям можливість взаємодії з матеріалом у цікавий та зрозумілий спосіб.

Для перевірки знань основних тригонометричних формул, для актуалізації попередньо вивченого матеріалу чи для систематизації знань ми розробили інтерактивну гру «Створи пару» (рис. 2.11) на платформі Learningapps.org [56]. Суть гри полягає в тому, що потрібно почергово відкривати дві картки, шукаючи пари. Ця гра створена по принципу гри «Memory» та дозволяє вчителю швидко перевірити рівень засвоєння учнями основних тригонометричних формул. Вона актуалізує попередньо вивчений матеріал, перевіряючи наскільки ефективно учні можуть встановлювати відповідність між різними тригонометричними виразами.



*Рис.2.11. Інтерактивна гра «Створи пару»*

Наша розробка також сприяє систематизації знань, оскільки учні повинні визначити пари, знаходячи відповідність між формулами. Це допомагає закріпити матеріал та відповідність тригонометричних виразів.

Крім того, створюється можливість для активного навчання, оскільки учні мають використовувати свої знання та розуміння для вирішення завдань. Це стимулює їхню активність та самостійність.

Вирішення гри вимагає від учнів розвитку логічного мислення та уваги. Шукання пар тригонометричних виразів сприяє розвитку когнітивних навичок. Інтерактивна форма гри забезпечує емоційне зацікавлення учнів, що може позитивно вплинути на їхню мотивацію та ставлення до навчання математики.

Гра розроблена на платформі Learningapps.org, що дозволяє використовувати сучасні технології для ефективного навчання та забезпечує зручний доступ для учнів, що особливо важливо при вивченні математики учнями з ООП.

Гра «Створи Пару» вимагає від учнів запам'ятовувати розташування та зміст тригонометричних виразів під різними картками. Це сприяє розвитку пам'яті та уваги, оскільки вони повинні пам'ятати, де знаходиться кожен вираз, та уважно обирати пари.

## **2.5. Методичне забезпечення навчання тригонометрії учнів з особливими освітніми потребами**

Для вивчення тригонометричного матеріалу потрібно знати тригонометричні значення деяких кутів (найбільш вживаних).

Найзручнішим способом є зведення цих даних до таблиці (табл. 2.2). Таблиці тригонометричних значень надають швидкий та легкий доступ до значень синуса, косинуса, тангенса та інших тригонометричних функцій для певних кутів. Це особливо корисно під час виконання обчислень, коли точні значення можуть знадобитися негайно.

Дану таблицю у вигляді картинки можна розмістити у гугл класі, як додатковий навчальний матеріал, на онлайн дошці або на інших ресурсах для того, щоб учні мали постійний доступ до неї і могли користуватись у разі необхідності.

Таблиця 2.2. Тригонометричні значення деяких кутів

$\alpha$	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$	$270^\circ$	$360^\circ$
	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	Не існує	$-\sqrt{3}$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	Не існує	0
$\operatorname{ctg} \alpha$	Не існує	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	$-\sqrt{3}$	Не існує	0	Не існує

За аналогією з таблицею тригонометричних значень деяких кутів доцільно зробити наочний матеріал для значень знаків тригонометричних функцій у різних координатних четвертях (рис. 2.12). Найбільш вдалим зображенням, на наш погляд, є зображення у підручнику [7].

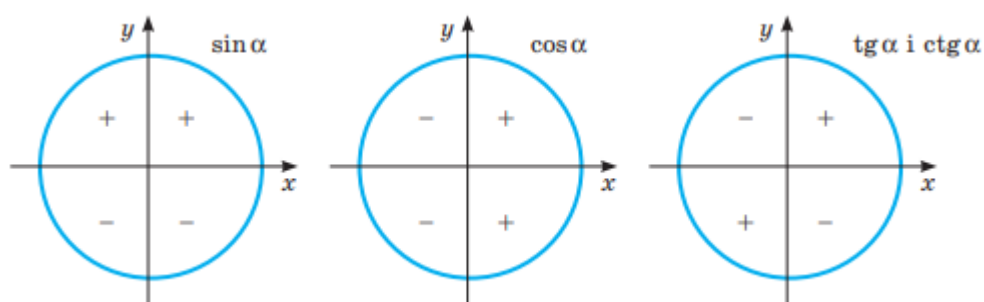


Рис. 2.12. Знаки тригонометричних функцій у різних координатних четвертях

Узагальнена таблиця (табл. 2.3) тригонометричних функцій числового аргументу [7, 8, 15, 19, 25] стане доповненням інтерактивної розробки на платформі GeoGebra, допомагаючи ще більше розширити можливості

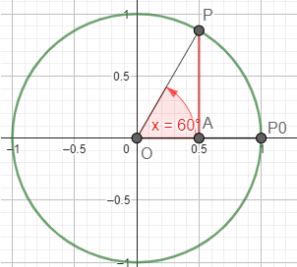
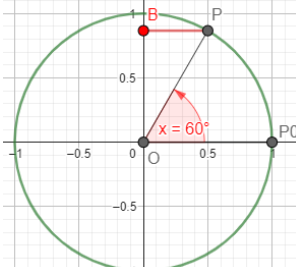
вивчення тригонометрії. Вона відіграє важливу дидактичну роль у процесі вивчення тригонометричних функцій.

Дана таблиця дозволяє систематизувати велику кількість інформації про тригонометричні функції та їх властивості. Вона структурує дані та робить їх легкими для розуміння та подальшого використання. Це адаптує навчальний матеріал до потреб учнів з ООП та полегшує доступ до нього.

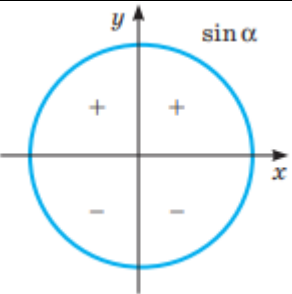
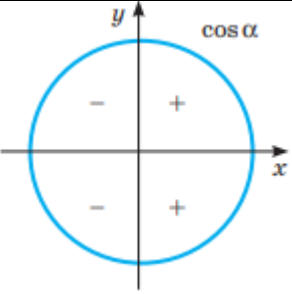
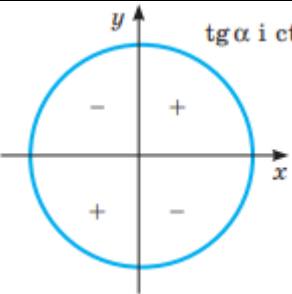
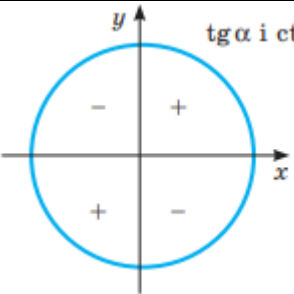
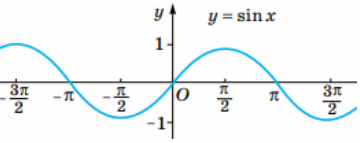
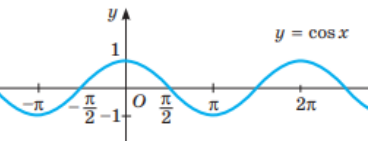
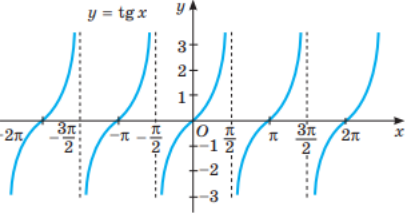
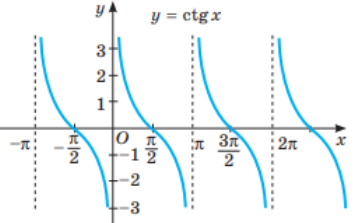
Аналіз таблиці допомагає учням виявити закономірності та особливості поведінки тригонометричних функцій, такі як періодичність, знаки в різних координатних четвертях, максимальні та мінімальні значення. За допомогою таблиці можна виявити взаємозв'язки між різними тригонометричними функціями та їхніми властивостями.

Подібно до GeoGebra, узагальнена таблиця може бути доступною в онлайн-середовищі, що полегшує її використання під час дистанційного навчання. Вона дозволяє вчителям і учням легко обмінюватися інформацією та аналізувати дані у реальному часі.

Таблиця 2.3. Узагальнена таблиця тригонометричних функцій числового аргументу

Властивості функцій	Функція			
	$f(x) = \sin x$	$f(x) = \cos x$	$f(x) = \operatorname{tg} x$	$f(x) = \operatorname{ctg} x$
1	2	3	4	5
Означення	 $PA = \sin x$	 $PB = \cos x$	$\operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$	$\operatorname{ctg} x = \frac{\cos x}{\sin x}$
Область визначення функції $D(f)$	$x \in (-\infty; +\infty)$	$x \in (-\infty; +\infty)$	$x \in (-\infty; +\infty),$ $x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbf{Z}$	$x \in (-\infty; +\infty),$ $x \neq \pi n, n \in \mathbf{Z}$
Множина значень $E(f)$	$y \in [-1; 1]$	$y \in [-1; 1]$	$y \in (-\infty; +\infty)$	$y \in (-\infty; +\infty)$
Парність	Непарна	Парна	Непарна	Непарна
Найменший додатний період	$2\pi$	$2\pi$	$\pi$	$\pi$
Нулі функції	$x = \pi n, n \in \mathbf{Z}$	$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbf{Z}$	$x = \pi n, n \in \mathbf{Z}$	$x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbf{Z}$
Проміжки знакосталості	$\sin x > 0,$ $x \in (2\pi n; \pi + 2\pi n);$ $\sin x < 0$ $x \in (\pi + 2\pi n; 2\pi + 2\pi n),$ $n \in \mathbf{Z}$	$\cos x > 0,$ $x \in \left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right);$ $\cos x < 0$ $x \in \left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right),$ $n \in \mathbf{Z}$	$\operatorname{tg} x > 0,$ $x \in \left(\pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n\right);$ $\operatorname{tg} x < 0$ $x \in \left(-\frac{\pi}{2} + \pi n; \pi n\right),$ $n \in \mathbf{Z}$	$\operatorname{ctg} x > 0,$ $x \in \left(\pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n\right);$ $\operatorname{ctg} x < 0$ $x \in \left(-\frac{\pi}{2} + \pi n; \pi n\right),$ $n \in \mathbf{Z}$

Продовження таблиці 2.3

1	2	3	4	5
				
Монотонність	<p>Зростає від -1 до 1 на проміжках <math>\left[-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right];</math>          спадає від 1 до -1 на проміжках <math>\left[\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right],</math>  <math>n \in \mathbf{Z}</math></p>	<p>Зростає від -1 до 1 на проміжках <math>[-\pi + 2\pi n; 2\pi n];</math>          спадає від 1 до -1 на проміжках <math>[2\pi n; \pi + 2\pi n],</math>  <math>n \in \mathbf{Z}</math></p>	<p>Зростає на проміжках <math>\left[-\frac{\pi}{2} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n\right],</math>  <math>n \in \mathbf{Z}</math></p>	<p>Спадає на проміжках <math>[\pi n; \pi + \pi n],</math>  <math>n \in \mathbf{Z}</math></p>
Неперервність	Неперервна в області визначення	Неперервна в області визначення	Неперервна в області визначення	Неперервна в області визначення
Графік функції				

Результативне поєднання GeoGebra та узагальненої таблиці створить комплексний навчальний інструмент для вивчення тригонометрії, допомагаючи учням отримати глибше розуміння та практичний досвід з цієї галузі математики та допомагає створити систематизоване та легко доступне джерело інформації для ефективного вивчення та застосування тригонометрії.

Для самостійного проведення дослідження поведінки тригонометричних функцій у залежності від різних параметрів пропонуємо урок на цю тему.

### Конспект уроку

**Тема:** Перетворення графіків тригонометричних функцій

**Мета:**

*навчальна:* вивчення основних властивостей та перетворень графіків тригонометричних функцій;

*виховна:* формування в учнів відповідального ставлення до власного навчання та розвиток самостійності у вивченні математичних понять;

*розвиваюча:* розвиток критичного мислення та аналітичних умінь через аналіз графіків та їхніх змін; розвиток навичок вирішення математичних завдань та застосування отриманих знань у практичних ситуаціях; зміцнення навичок комунікації через обговорення результатів дослідження.

**Обладнання:**

- Комп'ютер або планшет з підключенням до Інтернету
- GeoGebra (доступно онлайн)

**Тип уроку:** урок лабораторного дослідження

### Хід уроку

#### ***I. Організація уроку***

Сьогоднішній урок буде нестандартним, це буде урок лабораторного дослідження. Дослідження потрібно проводити самостійно, звіт

оформлювати у редакторі Word, файл виконаної роботи завантажити у гугл-клас.

## II. Виконання дослідження

### Завдання:

*Частина 1:* Зміни графіків основних тригонометричних функцій

1. Відкрийте GeoGebra та створіть новий аркуш.

СТАРТ КАЛЬКУЛЯТОР

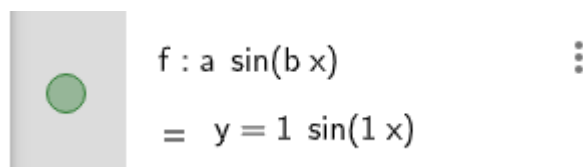
2. Введіть параметр  $a = 1$ . Отримаємо «Повзунок  $a$ »



3. Введіть параметр  $b = 1$ . Отримаємо «Повзунок  $b$ »



4. Додайте графік функції  $y = a \cdot \sin(b \cdot x)$ .



5. Тепер змініть параметр  $a$ . Розгляньте три варіанти:  $a > 1$ ,  $0 < a < 1$  і  $a < 0$ . Що відбувається з графіком функції? Запишіть.
6. Тепер змініть параметр  $b$ . Розгляньте три варіанти:  $b > 1$ ,  $0 < b < 1$  і  $b < 0$ . Що відбувається з графіком функції? Запишіть.
7. Розгляньте після цього функції  $y = a \cdot \cos(b \cdot x)$ ,  $y = a \cdot \operatorname{tg}(b \cdot x)$  і  $y = a \cdot \operatorname{ctg}(b \cdot x)$ . Дослідіть, як будуть змінюватись графіки цих функції при зміні параметрів. Результати запишіть.

*Частина 2:* Дослідити графіки функцій:

$$y = a \cdot \sin(k \cdot x + b) + d,$$

$$y = a \cdot \cos(k \cdot x + b) + d,$$

$$y = a \cdot \operatorname{tg}(k \cdot x + b) + d,$$

$$y = a \cdot \operatorname{ctg}(k \cdot x + b) + d.$$

1. В GeoGebra створіть новий аркуш.

2. Введіть параметр  $a = 1$ . Отримаємо «Повзунок а»



3. Введіть параметр  $b = 1$ . Отримаємо «Повзунок b»



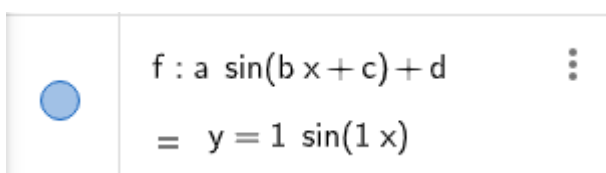
4. Введіть параметр  $c = 0$ . Отримаємо «Повзунок c»



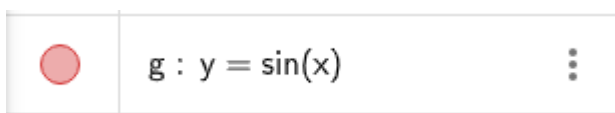
5. Введіть параметр  $d = 0$ . Отримаємо «Повзунок d»



6. Додайте графік функції  $y = a \cdot \sin(k \cdot x + b) + d$ .



7. Додайте графік функції  $y = \sin x$



8. Тепер змініть параметр  $c$ . Що відбувається з графіком функції? Порівняйте отриманий графік з графіком функції  $y = \sin x$ . Результати запишіть.

9. Тепер змініть параметр  $d$ . Що відбувається з графіком функції? Порівняйте отриманий графік з графіком функції  $y = \sin x$ . Результати запишіть.

10. Розгляньте після цього аналогічні зміни для функцій  $y = \cos x$ ,  $y = \operatorname{tg} x$  і  $y = \operatorname{ctg} x$ . Дослідіть, як будуть змінюватись графіки цих функцій при зміні параметрів. Результати запишіть.

### ***Звіт:***

Напишіть звіт, в якому відобразить результати досліджень, зазначте вплив параметрів на графіки, та сформулюйте висновки щодо змін у поведінці тригонометричних функцій.

Звіт виконати в електронному вигляді і прикріпити як відповідь на завдання у гугл класі.

До звіту можна додати графіки функцій, які ви отримали під час дослідження. Звіт виконується у довільній формі.

Урок на тему «Перетворення графіків тригонометричних функцій» має кілька важливих цілей та застосувань:

- учні можуть візуально спостерігати за змінами графіків тригонометричних функцій, що сприяє кращому розумінню теоретичного матеріалу;
- дослідження графіків дозволяє учням вивчати властивості тригонометричних функцій, такі як амплітуда, період, фазовий зсув та інші;
- учні можуть самостійно вносити зміни у параметри тригонометричних функцій та досліджувати їх вплив на графіки, що розвиває їх дослідницькі навички та вміння застосовувати отримані знання;
- учні можуть використовувати GeoGebra для моделювання реальних сценаріїв, наприклад, коливання пружини або коливання маятника, тим самим застосовуючи знання з тригонометрії до конкретних ситуацій;

- у зв'язку із зручністю використання GeoGebra в онлайн-середовищі, урок такого типу стає ефективним інструментом для дистанційного навчання.

Отже, даний урок розширює можливості учнів у вивченні тригонометричних функцій, стимулює їх активність та сприяє глибшому розумінню матеріалу через практичні експерименти.

Для узагальнення та систематизації пройденого матеріалу, на нашу думку, вдалим було б завдання, яке полягає у створенні зображення на платформі GeoGebra чи Desmos [4, 54], яке б формувалось із графіків тригонометричних функцій або їх модифікацій. Для полегшення завдання учням не пропонуються конкретні функції, їх вони можуть обирати самостійно. Крім того, можуть користуватись додатковими функціями, які не є тригонометричними. Приклад такого малюнка на рис. 2.13.

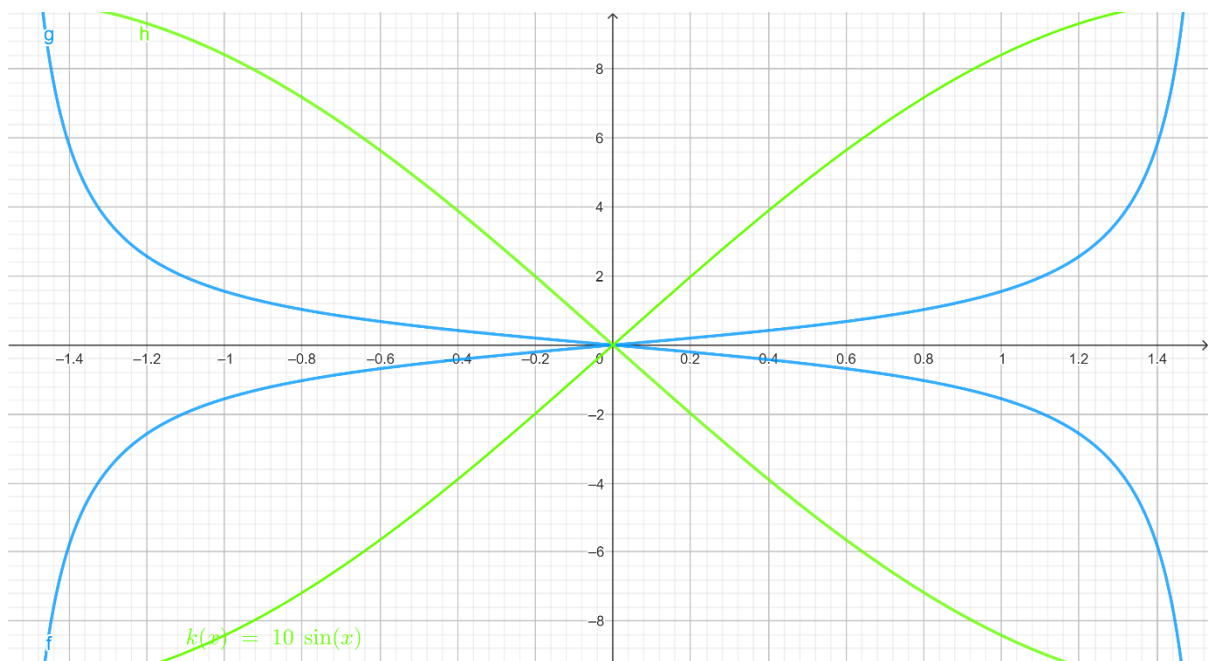


Рис.2.13. Приклад виконаного завдання

Цінність та переваги подібних завдань полягають у тому, що учні мають можливість виявити творчий підхід, обираючи та комбінуючи різні тригонометричні функції та їх параметри для створення унікальних

зображень. Використання платформи GeoGebra чи Desmos сприяє розвитку навичок роботи з інтерактивними графіками та допомагає учням краще розуміти вплив параметрів на графіки. Учні мають можливість індивідуалізувати своє навчання, обираючи тригонометричні функції та параметри відповідно до своїх інтересів та рівня розуміння матеріалу.

Використання онлайн-платформ дозволяє проводити завдання в умовах дистанційного навчання, а діти можуть легко ділитися своїми результатами.

Таке завдання не лише закріплює та розширює знання учнів, але й надає їм свободу та творчий простір для власних досліджень та експериментів з тригонометричними функціями. Крім того, вони допомагають розвивати математичну, дослідницьку та технологічну компетенції, розвивають критичне мислення та креативність [6].

Ще одним етапом вивчення тригонометричних функцій є перехід до вивчення основних співвідношень між тригонометричними функціями одного й того самого аргументу, формул додавання/віднімання та формул зведення. Для активізації заняття та актуалізації знань про властивості функцій ми розробили миттєве опитування Kahoot [55], попередній вигляд стартового екрану зображено на рис. 2.14.

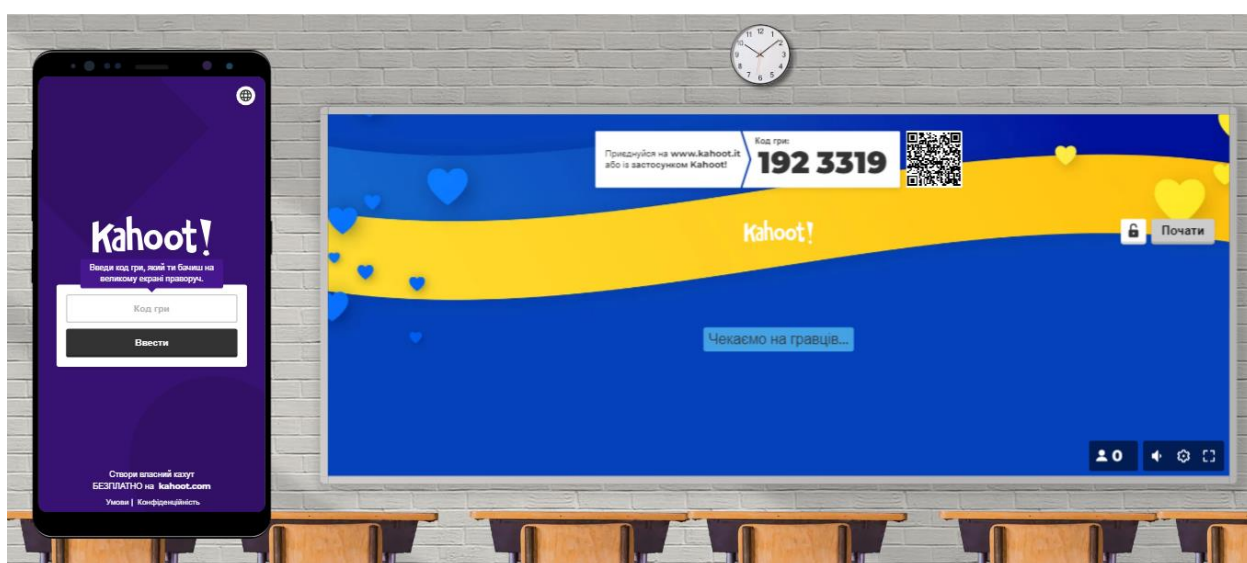


Рис. 2.14. Стартовий екран гри Kahoot

Kahoot має ігровий формат, що робить навчання більш захопливим та стимулює учнів активно брати участь у процесі. Учні одразу отримують результати та зворотний зв'язок щодо своїх відповідей, що дозволяє коригувати знання та розуміння.

Можливість використовувати різноманітні типи запитань (множинний вибір, правда/неправда, послідовний вибір тощо) дозволяє створювати динамічні та різноманітні тести. Навички гри та здатність конкурувати з іншими учнями можуть стимулювати більш активну участь та прикладання більше зусиль. Вчителю легко створювати тести та моніторити процес у режимі реального часу, а також аналізувати результати.

Kahoot може бути адаптований до різних рівнів знань та вікових груп, що робить його універсальним інструментом для різних класів. Його можна використовувати як на класних уроках, так і під час дистанційного навчання, що розширює можливості його застосування.

Учні часто сприймають Kahoot як ігровий елемент, що допомагає підвищити їхню мотивацію та інтерес до теми. Використання Kahoot для активізації та актуалізації знань створює динамічне та ефективне середовище для вивчення, роблячи процес навчання цікавим та захопливим для учнів.

При вивченні основного матеріалу його виклад має бути послідовним, логічним, з використанням знань, отриманих раніше. При введенні нових математичних понять для дітей зі зниженим слухом, наприклад, потрібно у текстах ставити наголоси на правильні літери, що буде цінним для їхнього розвитку мовлення та сприйняття матеріалу. Для успішного вивчення основного матеріалу рекомендуємо використовувати деякі педагогічні підходи та методи: необхідно використовувати наочний матеріал для візуальної підтримки, це особливо корисно для учнів зі зниженим слухом, оскільки вони можуть отримати більше інформації за допомогою зображень; застосування інтерактивних завдань та вправ, які дозволяють учням взаємодіяти з матеріалом, це може включати в себе вправи на платформах Learningapps.org чи GeoGebra; можна залучати учнів до спільної роботи та

обговорення, це створить можливість для обміну ідеями та взаємного навчання; можна організовувати парні чи групові вправи, де діти можуть допомагати один одному та спільно розв'язувати завдання; регулярне повторення основних понять та систематизація знань дозволить учням закріплювати матеріал.

Ці педагогічні підходи спрямовані на створення відкритого та доступного для всіх середовища для вивчення, сприяючи розвитку кожного учня, зокрема тих, у кого є особливі потреби.

Ми ж пропонуємо розроблений нами план-конспект уроку на тему «Основні співвідношення між тригонометричними функціями одного й того самого аргументу» та наочний матеріал до нього (додаток Б).

### Конспект уроку

**Тема:** Основні співвідношення між тригонометричними функціями одного й того самого аргументу

#### **Мета:**

*навчальна:* основною навчальною метою є ознайомлення учнів із основними співвідношеннями між тригонометричними функціями одного й того самого аргументу;

*розвиваюча:* урок спрямований на розвиток аналітичного мислення та математичної компетентності учнів;

*виховна:* урок спрямований на виховання інтересу до математики та розвитку самостійності у процесі навчання.

**Тип уроку:** засвоєння нових знань.

### Хід уроку

#### **I. Організація уроку**

Вчитель оголошує тему сьогоdnішнього уроку (слайд 1). Також оголошує план уроку (слайд 2).

#### **II. Актуалізація опорних знань**

Для актуалізації опорних знань з учнями проводиться гра Kahoot (слайд 3). Учні сканують QR код і долучаються до гри. Складається гра з 9 питань: 5 питань типу Квіз (обирають одну правильну відповідь з чотирьох) та 4 питання, де потрібно відповісти Так чи Ні.

### III. Вивчення нового матеріалу

Сьогодні на уроці ми ознайомимось з 6 основними співвідношеннями. З деякими з них ви вже знайомі.

Ми знаємо, що будь-яка точка  $P(x; y)$  на одиничному колі задовольняє рівняння  $x^2 + y^2 = 1$ . Оскільки  $y = \sin \alpha$ , а  $x = \cos \alpha$ , де  $\alpha$  – кут повороту, в результаті якого з точки  $P_0(1; 0)$  було б отримано точку  $P$ , то отримаємо  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ .

Доведемо це співвідношення.

Беремо довільну точку  $P$  на одиничному колі. Які координати мають кінці відрізка  $OP$ ? ( $P(x; y), O(0; 0)$ ). А чому дорівнює квадрат довжини відрізка  $OP$ ?  $PO^2 = (x - 0)^2 + (y - 0)^2 = x^2 + y^2$ . Як можна виразити координати  $x$  і  $y$  ще? Чому вони рівні?  $y = PA = \sin \alpha$ ,  $x = PB = \cos \alpha$ . Тоді отримаємо рівність  $PO^2 = \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha$ . Якщо наше коло одиничне, а  $OP$  є його радіусом, тоді що отримаємо?

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

Що і треба було довести.

Цю рівність ми називаємо **основною тригонометричною тотожністю**.

Наступні два співвідношення. Ми їх знаємо з означення тангенса та котангенса.

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \qquad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

Для того, щоб отримати четверте співвідношення, перемножимо друге і третє співвідношення.

$$\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = 1$$

Отже, маємо четверте співвідношення  $tg\alpha \cdot ctg\alpha = 1$ .

Для п'ятого співвідношення скористаємось **основною тригонометричною тотожністю**.

Поділимо обидві частини рівності на  $\cos^2 \alpha \neq 0$ .

$$\frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} + \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \quad tg^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}.$$

Ця рівність є п'ятим співвідношенням.

Шосте співвідношення має вигляд  $ctg^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$ .

Виведіть це співвідношення з **основної тригонометричної тотожності** за аналогією виведення п'ятого співвідношення.

#### IV. Закріплення отриманих знань

Спочатку усні вправи.

Чи можливо, щоб косинус і синус мали одночасно такі значення?

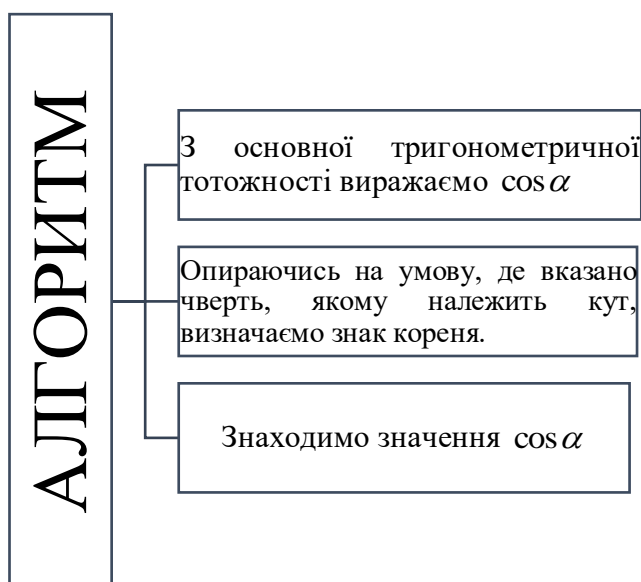
- 1)  $\sin \alpha = 1$  і  $\cos \alpha = 0.5$
- 2)  $\sin \alpha = 0.6$  і  $\cos \alpha = 0.8$
- 3)  $\sin \alpha = 2$  і  $\cos \alpha = 0.03$
- 4)  $\sin \alpha = 0.5$  і  $\cos \alpha = 0.5$ .

Перейдемо до письмових вправ.

1. Знайдіть:

$\cos \alpha$ ,  $tg \alpha$  і  $ctg \alpha$ , якщо  $\sin \alpha = 0.8$ ,  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ .

Як ми міркуємо? Розглянемо на прикладі  $\cos \alpha$ .



Отже, діємо за алгоритмом

1.  $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - 0.8^2 = 0.36$
2. Оскільки  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ , то і  $\cos \alpha > 0$
3.  $\cos \alpha = 0.6$

2. Спростити вирази [39]:

- 1)  $1 - \cos^2 \alpha$
- 2)  $1 - \sin^2 \alpha + \frac{\sin^2 \alpha}{\operatorname{tg}^2 \alpha}$
- 3)  $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - (\sin \alpha - \cos \alpha)^2$

*(У перших двох виразах застосовуються вивчені співвідношення, для останнього необхідно ще й згадати формули скороченого множення)*

3. Вирази підвищеної складності [39]:

Потрібно спростити вирази

- 1)  $\operatorname{tg} \alpha + \frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha}$
- 2)  $\sin^4 \alpha + 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \cos^4 \alpha$

## V. Рефлексія

Що ми вивчили нового?

Що ми пригадали?

Що лишилось незрозумілим?

## **VI. Домашнє завдання**

Підручник Мерзляк А. Г. Математика

с. 74, впр. 12.2, 12.3.

За цим підходом, з фокусом на належному наголосі ключових термінів та повторенні текстової інформації на слайді, рекомендується проводити подальші уроки з вивчення формул додавання та віднімання, а також формул зведення тригонометричних функцій.

Ефективним методичним інструментом при поясненні та систематизації матеріалу про основні співвідношення тригонометричних функцій одного аргументу, формул додавання/віднімання та формул зведення ми вважаємо узагальнюючу таблицю (табл. 2.4).

Таблиця 2.4. Узагальнююча таблиця основних тригонометричних формул

Найпростіші співвідношення					
$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$	$tgx = \frac{\sin x}{\cos x}$	$ctgx = \frac{\cos x}{\sin x}$	$tgx \cdot ctgx = 1$	$tg^2 x + 1 = \frac{1}{\cos^2 x}$	$ctg^2 x + 1 = \frac{1}{\sin^2 x}$
Формули додавання/віднімання					
$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y$		$\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y$		$tg(x \pm y) = \frac{tgx \pm tgy}{1 \mp tgx \cdot tgy}$	
Формули подвійного аргументу					
$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$	$\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x = 2 \cos^2 x - 1$		$ctg 2x = \frac{ctg^2 x - 1}{2ctgx}$	$tg 2x = \frac{2tgx}{1 - tg^2 x}$	$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$
Формули половинного аргументу					
$2 \sin^2 \frac{x}{2} = 1 - \cos x$	$2 \cos^2 \frac{x}{2} = 1 + \cos x$		$ctg^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{1 - \cos x}$		$tg^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}$
Формули перетворення суми тригонометричних функцій в добуток					
$\sin x \pm \sin y = 2 \sin \frac{x \pm y}{2} \cos \frac{x \mp y}{2}$		$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x + y}{2} \cos \frac{x - y}{2}$ $\cos x - \cos y = 2 \sin \frac{x + y}{2} \sin \frac{x - y}{2}$		$ctgx \pm ctgy = \pm \frac{\sin(x \pm y)}{\sin x \sin y}$	$tgx \pm tgy = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$
Формули зведення					
$\sin\left(\frac{\pi}{2} \pm x\right) = \cos x$	$\sin(\pi \pm x) = \mp \sin x$	$\sin\left(\frac{3\pi}{2} \pm x\right) = -\cos x$	$\cos\left(\frac{\pi}{2} \pm x\right) = \mp \sin x$	$\cos(\pi \pm x) = -\cos x$	$\cos\left(\frac{3\pi}{2} \pm x\right) = \pm \sin x$
Формули перетворення добутку тригонометричних функцій в суму					

$$\sin x \sin y = \frac{1}{2}(\sin(x+y) + \sin(x-y))$$

$$\sin x \sin y = \frac{1}{2}(\cos(x-y) - \cos(x+y))$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2}(\cos(x-y) + \cos(x+y))$$

Вчитель може використовувати таблицю під час уроків та для перевірки знань, а також на уроках узагальнення та систематизації знань про основні тригонометричні формули. Таблиця дозволяє візуалізувати основні співвідношення тригонометричних функцій одного аргументу, формули додавання/віднімання та формули зведення. Це полегшує сприйняття матеріалу учнями.

Таблиця служить інструментом для узагальнення та систематизації знань учнів. Вона концентрує основні формули на одній сторінці, допомагаючи дітям орієнтуватися в матеріалі.

Узагальнююча таблиця є зручним додатком до підручника чи навчального матеріалу. Учні можуть легко звертатися до неї для швидкого перегляду та засвоєння формул. Узагальнююча таблиця може бути використана як інструмент для самостійної роботи учнів. Вони можуть використовувати її під час виконання вправ чи розв'язання задач. Таблицю можна використовувати як основу для інтерактивних вправ чи додаткових завдань, що сприяє поглибленню розуміння та застосуванню матеріалу.

Після завершення вивчення цієї частини теми переходимо до вивчення тригонометричних рівнянь. У цій частині вводиться поняття обернених тригонометричних функцій. Для візуалізації їх властивостей та зв'язку з тригонометричними функціями рекомендуємо користуватись платформами GeoGebra чи Desmos, оскільки у такому випадку засвоєння матеріалу відбувається швидше і якісніше. Кожного разу важливо наголошувати, що при розв'язуванні тригонометричних рівнянь вкрай важливо пам'ятати про область допустимих значень функції, а також бути обережними з піднесенням до квадрату чи діленням, бо це може привести до втрати розв'язків або ж появи нових.

Для того, щоб інформація про правила знаходження розв'язків елементарних тригонометричних рівнянь була завжди перед очима, ми розробили наочний матеріал (рис. 2.15).

Рівняння	$\sin x = a$	$\cos x = a$	$\operatorname{tg} x = a$	$\operatorname{ctg} x = a$
Розв'язок	$x = (-1)^k \arcsin a + \pi k,$ $k \in \mathbb{Z}$	$x = \pm \arccos a + 2\pi k,$ $k \in \mathbb{Z}$	$x = \operatorname{arctg} a + \pi n,$ $k \in \mathbb{Z}$	$x = \operatorname{arcctg} a + \pi n,$ $k \in \mathbb{Z}$

Рис. 2.15. Розв'язки елементарних тригонометричних рівнянь

Наочний матеріал дозволяє візуалізувати правила знаходження розв'язків елементарних тригонометричних рівнянь. Матеріал розміщений так, щоб його можна було легко розглядати та звертатися до нього у будь-який момент. Це сприяє постійному доступу до інформації та уникненню забуття правил. Візуальний матеріал слугує підтримкою пам'яті, оскільки графічні елементи можуть допомагати учням краще запам'ятовувати правила. Матеріал може бути використаний під час уроків, самостійної роботи та повторення матеріалу у будь-якому навчальному контексті. Якщо наочний матеріал використовується в інтерактивній формі (наприклад, на дошці чи екрані), він може слугувати об'єктом обговорення та сприяти взаємодії на уроці.

Завдання на розв'язування тригонометричних рівнянь можна адаптувати для учнів з особливими освітніми потребами. Вони можуть їх розв'язувати в GeoGebra та в Desmos. Приклад такої роботи на рис. 2.16.

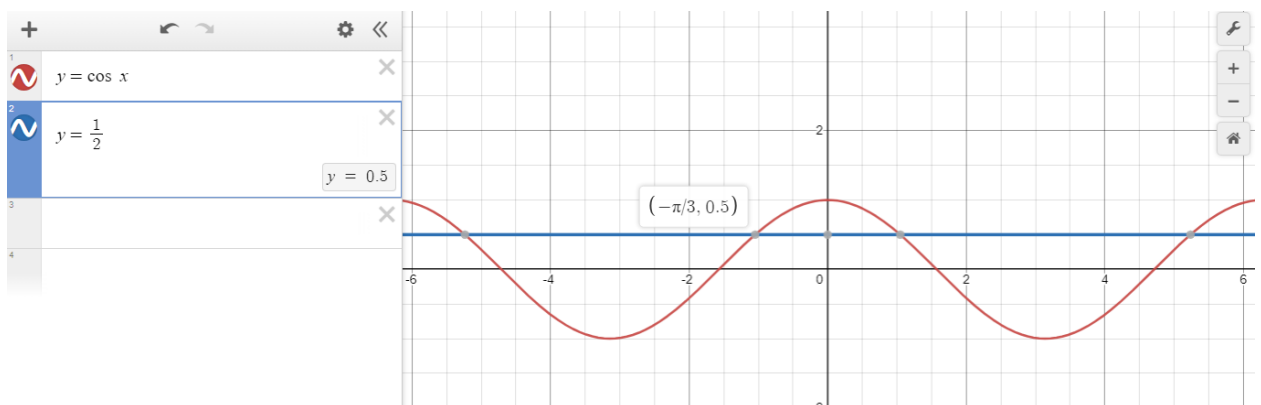


Рис. 2.16. Приклад використання Desmos для розв'язування тригонометричних рівнянь

Можна побачити, що при наведенні курсору на точки перетину косинусоїди та горизонтальної прямої, одразу бачимо розв'язки рівняння. Потрібно лише записати їх у загальному вигляді.

Робота в цих програмах дозволяє учням з ООП взаємодіяти з тригонометричними функціями більш доступно та ефективно, сприяючи кращому розумінню та засвоєнню матеріалу. Важливо, щоб учні мали постійним доступ до всіх наочних матеріалів та інтерактивних вправ.

Пропонуємо розміщувати наочний матеріал та посилання на інтерактивні вправи на онлайн дошці Padlet (рис. 2.17).

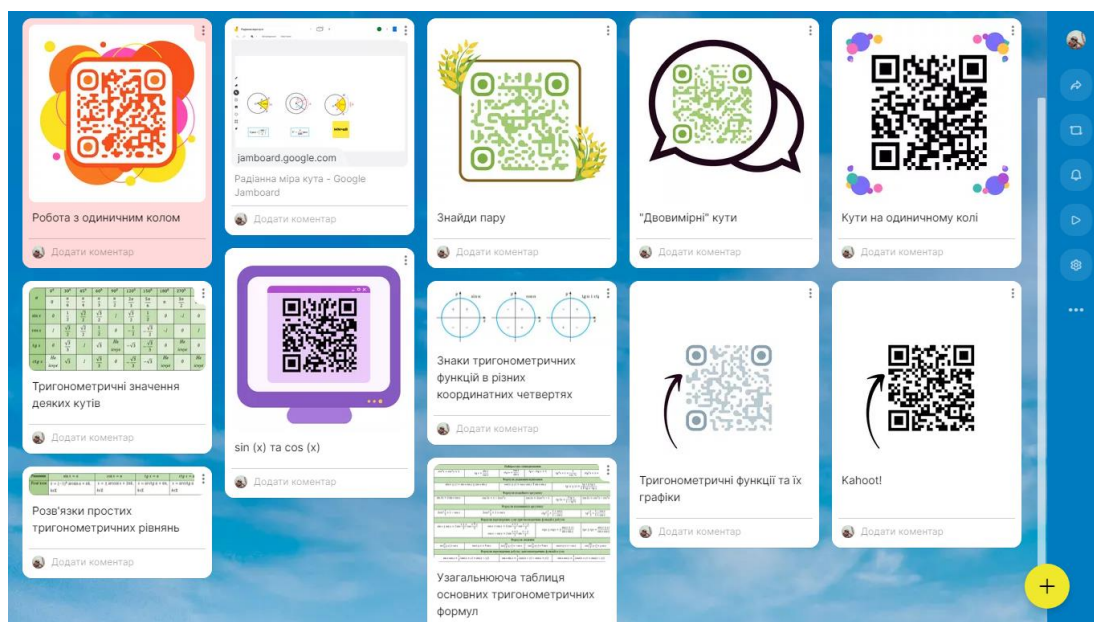


Рис. 2.17. Онлайн дошка Padlet

Доступ до дошки можливий за посиланням [https://padlet.com/annavorona87\\_/padlet-rn18mh1t8ykuu8ba](https://padlet.com/annavorona87_/padlet-rn18mh1t8ykuu8ba). Тут учні можуть знайти і завантажити (за бажанням) наочний матеріал, а також відсканувавши QR коди перейти до виконання завдань чи інтерактивних вправ.

Завершальним етапом вивчення матеріалу про тригонометричні функції числового аргументу, на нашу думку, має стати тест [52], який складається з 14 запитань різних рівнів складності: 1 – 8 питань – потрібно

обрати одну правильну відповідь (кожна вірна відповідь 0.5 балів); 9 – 10 питання – потрібно вписати правильну відповідь (кожна вірна відповідь 1 бал); 11 питання – потрібно обрати 2 правильні відповіді (1 бал); 12 – 13 питання – необхідно встановити відповідності (кожна вірна відповідь 1 бал); 14 питання – розмістити у порядку зростання (3 бали). Повний перелік питань у додатку А.

Тест дозволяє визначити, наскільки учні засвоїли теоретичний матеріал з тригонометрії та здатні застосовувати свої знання на практиці. Різномірні питання відображають різні аспекти матеріалу, від базових знань до більш глибокого розуміння. Різні формати питань (вибір однієї правильної відповіді, введення відповіді, вибір двох правильних відповідей, встановлення відповідностей та сортування) враховують різні типи когнітивних навичок учнів. Це дозволяє збалансувати оцінку рівнів їх розуміння теми. Питання, де необхідно вибрати дві правильні відповіді або встановити відповідності, стимулюють аналітичне та критичне мислення учнів. Це допомагає визначити їхню здатність застосовувати теоретичні знання у практичних ситуаціях. Результати тесту дають загальний погляд на прогрес класу та індивідуальний успіх учнів. Це дозволяє вчителю визначити, чи необхідно додатково пояснити певні аспекти та чи можна переходити до нових тем.

Різнорівневий тест може входити до системи оцінювання, де різні види питань отримують вагу відповідно до їхньої складності. Це дозволяє створити збалансовану систему оцінювання.

Результати тесту можуть слугувати інформацією для оцінки ефективності методики викладання тригонометрії. Це допомагає вчителю вдосконалювати свій підхід до навчання.

Загальна мета підсумкового тесту – забезпечити об'єктивну оцінку рівня засвоєння тригонометричного матеріалу та визначити подальші напрямки навчання.

Підсумовуючи, важливо підкреслити значення інтерактивних завдань та використання наочності у процесі навчання тригонометрії для дітей з особливими освітніми потребами. Інтерактивні завдання, такі як гра та розв'язання тригонометричних рівнянь у програмах, дозволяють учням з ООП взаємодіяти з матеріалом більш ефективно, сприяючи їхньому кращому розумінню та засвоєнню. Використання платформ, таких як GeoGebra та Desmos, робить матеріал доступним та допомагає зробити навчання цікавим і приємним для усіх учнів, надаючи можливість кожному взяти участь у навчальному процесі.

## **ВИСНОВКИ ДО РОЗДІЛУ 2**

У другому розділі кваліфікаційної роботи здійснено вибір підходу до використання засобів дистанційного навчання у процесі вивчення тригонометрії учнями з особливими освітніми потребами, розглянуто методику використання засобів дистанційного навчання, пристосованих до потреб учнів з ООП, а також запропоновано розробки візуальних матеріалів, інтерактивних завдань та інших методичних розробок для покращення навчання тригонометрії учнів з особливими освітніми потребами.

Вибір підходу до використання засобів дистанційного навчання для вивчення тригонометрії учнями з особливими освітніми потребами є актуальною та складною задачею, яка вимагає ретельного аналізу та врахування різноманітних аспектів. Основні критерії вибору такого підходу включають адаптивність, інтерактивність та доступність.

Тобто засоби дистанційного навчання повинні бути адаптивними до індивідуальних особливостей учнів з ООП, враховувати рівень знань, стиль навчання, темп навчання, інтереси та мотивацію. Також персоналізація завдань та систем оцінювання є важливими аспектами адаптивності.

Засоби дистанційного навчання повинні сприяти активній участі школярів у навчальному процесі, розвивати їх критичне мислення та

творчість. Використання різноманітних форматів навчального контенту, таких як ігри, симуляції, веб-конференції, сприяє інтерактивності.

Засоби дистанційного навчання повинні бути доступними для усіх учнів, незалежно від їх функціональних обмежень. Універсальний дизайн навчання сприяє створенню гнучких та різноманітних навчальних середовищ для всіх дітей.

Різні типи засобів дистанційного навчання мають свої переваги та недоліки. У вивченні тригонометрії можуть бути використані електронні підручники, веб-сайти, відеоуроки та онлайн-курси. При виборі слід брати до уваги потреби учнів з ООП та враховувати особливості кожного засобу.

Отже, необхідне створення гнучких та інтерактивних навчальних середовищ, які будуть адаптовані до різних потреб учнів і забезпечувати їм доступ до навчання в найбільш зручний та ефективний спосіб.

Під час дистанційного навчання учнів з особливими освітніми потребами, особливо у вивченні математики, важливо дотримуватись чотирьох принципів: інтерактивність, рівноправність, індивідуалізація та власний темп. Створення сприятливого середовища для плавного та зручного вивчення матеріалу.

Методика викладання математики, зокрема тригонометрії, повинна бути адаптованою для учнів з особливими освітніми потребами, враховуючи особливості дистанційного навчання та інклюзивного середовища. Спрощення матеріалу, використання візуалізації, різноманітність завдань, онлайн-консультації та інші адаптації допомагають забезпечити доступність та зрозумілість тригонометричного матеріалу для всіх дітей.

У заключній частині другого розділу подано розробки різноманітних завдань, вправ, тестів, наочних матеріалів. У підрозділах 2.3, 2.4 з інтерактивними іграми та використанням різноманітних інструментів, таких як GeoGebra, Desmos, Padlet, LearningApps.org та Kahoot, запропоновано ряд засобів для створення цікавого та пізнавального середовища для учнів.

Ці інструменти можуть бути використані для створення різноманітних завдань та вправ, які не лише сприяють усвідомленню математичного матеріалу, але й роблять навчання цікавим та захоплюючим для учнів. Вони підтримують інтерактивний підхід до навчання, розвивають навички співпраці та стимулюють інтерес до предмету.

## ВИСНОВКИ

У ході проведеного кваліфікаційного дослідження на тему «Методика навчання тригонометрії учнів з особливими освітніми потребами засобами дистанційних технологій» було виявлено та ретельно розглянуто ряд ключових аспектів, пов'язаних із впровадженням інклюзивної методики викладання та використанням засобів дистанційного навчання у процесі вивчення тригонометрії. Отримані результати дають можливість зробити висновок про актуальність обраної теми.

Дослідження підтверджує високу актуальність використання засобів дистанційного навчання та інклюзивних підходів у навчальному процесі, зокрема при вивченні тригонометрії. Заклади загальної середньої освіти повинні адаптуватись до різноманітних потреб учнів, забезпечуючи їм доступ до якісної та індивідуалізованої освіти.

Розвинуті методичні рекомендації щодо викладання тригонометрії, в основі яких лежить використання інклюзивних підходів та засобів дистанційного навчання, дозволяє адаптувати навчання до індивідуальних особливостей школярів. Персоналізований підхід сприяє покращенню розуміння та засвоєнню матеріалу, забезпечуючи оптимальний рівень взаєморозуміння між вчителем і учнем.

Застосування сучасних засобів, таких як GeoGebra, Desmos, Padlet, LearningApps.org, Kahoot та інші, виявляється ефективним у підвищенні інтерактивності та доступності матеріалу. Інтерактивні ігри, візуалізація, та інші інтерактивні ресурси забезпечують не лише ефективність навчання, але й підвищують зацікавленість дітей.

Впровадження інклюзивних методик та дистанційного навчання вимагає від вчителів нових навичок та компетенцій. Навчання педагогів використанню сучасних засобів та підходів є ключовим для забезпечення успішності цих ініціатив.

Завданням цієї магістерської роботи є розробка інтерактивних вправ, уроків, узагальнюючих таблиць та тестів, що були б адаптовані для навчання

школярів з особливими освітніми потребами за допомогою дистанційних технологій. Основною метою дослідження є створення педагогічного інструментарію, який би допоміг учням з особливими освітніми потребами ефективно засвоїти матеріал тригонометрії та використовувати його при розв'язанні завдань.

Для досягнення поставленої мети у роботі проведено аналіз психолого-педагогічної, навчальної і методичної літератури, розглянуто особливості навчання учнів з особливими освітніми потребами та особливості використання технологій дистанційного навчання у навчальному процесі учнів з ООП, вивчено методичні особливості навчання тригонометрії учнів з ООП, проаналізовано засоби та інструменти для дистанційного навчання.

Також запропоновано критерії, які слід враховувати при виборі підходу до використання засобів дистанційного навчання у процесі вивчення тригонометрії учнями з ООП; запропоновано пропозиції щодо використання засобів дистанційного навчання, пристосованих до потреб учнів з ООП.

Крім того, запропоновано використання візуальних матеріалів, інтерактивних завдань та інших методичних розробок для покращення навчання тригонометрії учнів з особливими освітніми потребами:

- 4 узагальнюючі таблиці, які конвертовано у наочний матеріал, що дозволяє систематизувати велику кількість інформації про тригонометричні функції, їх властивості, основні тригонометричні формули тощо. Вони структурують дані та роблять їх легшими для розуміння та подальшого використання;
- розроблено 3 інтерактивні вправи на платформі GeoGebra, які допомагають полегшити викладення навчального матеріалу, візуалізувати процес вивчення одиничного кола, означень синуса та косинуса, а також дослідження властивостей основних тригонометричних функцій;
- розроблено диференційований тест, який дозволяє визначити, наскільки учні засвоїли теоретичний матеріал з тригонометрії та здатні застосовувати свої знання на практиці. Різномірні питання відображають

різні аспекти матеріалу, від базових знань до більш глибокого розуміння. Різні формати питань враховують різні типи когнітивних навичок учнів. Це дозволяє збалансувати оцінку рівнів їх розуміння теми;

- розроблено 4 інтерактивні вправи на платформі LearningApps.org, де потрібно проставити на одиничному полі значення кутів у радіанній мірі; створи пару з градусної та відповідної їй радіанної міри кута; записати у радіанній мірі кути, якщо вони представлені у градусах або записати у градусах, якщо кути записані у радіанах; гра, в якій потрібно знайти пари лівих та правих частин основних тригонометричних виразів, ця гра створена по принципу гри «Memory»;
- розроблено конспект уроку, де вказано особливості створення наочного матеріалу, який адаптовано для дітей зі зниженим слухом;
- розроблено урок для самостійного проведення дослідження поведінки тригонометричних функцій в залежності від різних параметрів, яка розширює можливості учнів у вивченні тригонометричних функцій, стимулює їх активність та сприяє глибшому розумінню матеріалу через практичні експерименти;
- запропоновані ідеї дослідницьких та проєктних завдань.

Тож загальні висновки вказують на важливість інклюзивного підходу та використання дистанційного навчання у вивченні тригонометрії для учнів із особливими освітніми потребами. Подальші дослідження можуть спрямовуватися на удосконалення методик, вивчення ефективності нових технологій та розробку більш деталізованих програм для підтримки вчителів у цьому процесі.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. How can android-based trigonometry learning improve the math learning process? / W. Hidayat et al. *Frontiers in Education*. 2023. Vol. 7. URL: <https://doi.org/10.3389/feduc.2022.1101161>.
2. Kramarenko T., Bondar K., Shestopalova O. The ICT usage in teaching mathematics to students with special educational needs. *Journal of Physics: Conference Series*. 2021. Vol. 1840, no. 1. URL: <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1840/1/012009>.
3. Tesfamicael S. A. Prospective teachers' cognitive engagement during virtual teaching using GeoGebra and Desmos. *Pythagoras*. 2022. Vol. 43, no. 1. URL: <https://doi.org/10.4102/pythagoras.v43i1.691>.
4. Varina H. B., Osadchyi V. V., Shevchenko S. V. Enhancing adaptive learning: leveraging interactive exercises through the LearningApps service. *CTE Workshop Proceedings*. 2023. Vol. 10. P. 281–293. URL: <https://doi.org/10.55056/cte.562>.
5. Азін В. О., Байда Л. Ю., Грибальський Я. В., Красюкова-Еннс О. В. Доступність та універсальний дизайн : навч.-метод. посіб./ за заг. ред. Байди Л. Ю., Красюкової-Еннс О. В. К., 2013. 128 с.
6. Бахіна А. Застосування засобів дистанційного навчання при вивченні тригонометрії учнями з особливими освітніми потребами. *Розвиток інтелектуальних умінь і творчих здібностей учнів та студентів у процесі навчання дисциплін природничо-математичного циклу «ІТМ\*плюс-2023 Форум молодих дослідників»*: матеріали IV Всеукраїнської науково-методичної інтернет-конференції студентів, аспірантів та молодих вчених, 17 листопада 2023 р. Суми: [СумДПУ імені А.С.Макаренка], 2023. С.11-12.
7. Бевз Г. П. Математика: Алгебра і початки аналізу та геометрія. Рівень стандарту: підруч. для 10-го класу закладів загальної середньої освіти/ Г. П. Бевз, В. Г. Бевз. Київ: Видавничий дім «Освіта», 2018. 288 с.

8. Бурда М. І. Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту): підруч. для 10-го класу закладів загальної середньої освіти/ Бурда М. І., Колесник Т. В., Мальований Ю. І., Тарасенкова Н. А. Київ: УОВЦ «Оріон», 2018. 288 с.
9. Гаврилов О. В. Особливі діти в закладі і соціальному середовищі: Навчальний посібник. Кам'янець-Подільський: Аксіома, 2009. 308 с.
10. Гладуш І. А. Ефективність впровадження інклюзивного навчання студентів з вадами слуху в Україні. *Інноваційний потенціал світової науки – XXI сторіччя* : збірник статей учасників тридцять дев'ятої Всеукраїнської науково-практичної конференції, 11-16 жовтня 2016 р. Запоріжжя: Видавництво ПГА, 2016. С. 5–8.
11. Діти з особливими освітніми потребами у загальноосвітньому просторі /навчально-методичний посібник /авт.: Ярмола Н., Коваль-Бардаш Л., Компанець Н., Квітка Н., Лапін А.. Київ: ІСПП імені Миколи Ярмаченка НАПН України, 2020. 208 с.
12. Житарюк І. В. Методичні особливості викладання теми «Тригонометричні функції» у старшій школі. *Наука і освіта*, 2014. №1. С. 127–131.
13. Інклюзивне навчання. URL: <https://mon.gov.ua/ua/tag/inklyuzivne-navchannya> (дата звернення: 04.12.2023).
14. Інноваційні інформаційно-комунікаційні технології навчання математики : навч. посіб. / Крамаренко Т. Г., Корольський В. В., Семеріков С. О., Шокалюк С. В.; наук. ред. Жалдак М. І. Вид. 2, перероб. і доп. Кривий Ріг : Криворізький держ. пед. ун-т, 2019. 444 с. URL: <http://elibrary.kdpu.edu.ua/jspu/handle/0564/> (дата звернення: 04.12.2023).
15. Істер О. С. Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту): підруч. для 10-го кл. закл. заг. серед. освіти. Київ: Генеза, 2018. 384 с.

16. Колупаєва А. А., Таранченко О. М. Навчання дітей з особливими освітніми потребами в інклюзивному середовищі: навчально-методичний посібник. Харків: Вид-во «Ранок», 2019. 304 с.
17. Кудрявцева С. П., Колос В. В. Міжнародна інформація. Навчальний посібник. Київ: Видавничий Дім «Слово», 2005. 400 с
18. Математика: алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту: підруч. для 10-го кл. закл. серед. освіти / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номіровський, В. Б. Полонський, М. С. Якір. Харків: Гімназія, 2018. 256 с.
19. Матяш О. І., Ольшевський В. В. Окремі аспекти організації навчання учнів математики в умовах інклюзії. *Міжнародна науково-практична конференція «Проблеми та перспективи фахової підготовки вчителя математики»*: матеріали конференції, 30 травня – 1 червня 2018 р. Вінниця, 2018. С. 171–174.
20. Методичні рекомендації щодо організації інклюзивного навчання дітей з особливими освітніми потребами у закладах загальної середньої освіти. Харків: Методичний центр Управління освіти адміністрації Новобаварського району Харківської міської ради, 2019. 37 с. URL: <http://novobavarskyi-ruo.edu.kh.ua/Files/downloads/%D0%9C%D0%B5%D1%82%D0%BE%D0%B4%D1%80%D0%B5%D0%BA%D0%BE%D0%BC%D0%B5%D0%BD%D0%B4%D0%B0%D1%86%D1%96%D1%97%20%D0%B7%20%D1%96%D0%BD%D0%BA%D0%BB%D1%8E%D0%B7%D0%B8%D0%B2%D0%BD%D0%BE%D1%97%20%D0%BE%D1%81%D0%B2%D1%96%D1%82%D0%B8.pdf> (дата звернення: 04.12.2023).
21. Морзе Н. В., Глазунова О. Г. Моделі ефективного використання інформаційно-комунікаційних та дистанційних технологій навчання у вищому навчальному заклад. *Інформаційні технології і засоби навчання*, 2008. Вип. 2. URL:

<https://journal.iitta.gov.ua/index.php/itlt/article/view/138/124> (дата звернення: 04.12.2023).

- 22.Моторіна В. Г., Комір Н. В. Метод проектів як засіб активізації навчально-пізнавальної діяльності учнів на уроках математики профільної школи : навч.-метод. посіб. Харків: ХНПУ, 2017. 97 с.
- 23.Навчальна програма з математики (алгебра і початки аналізу та геометрія) для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Рівень стандарту. URL: <https://mon.gov.ua/storage/app/media/zagalna%20serednya/programy-10-11-klas/2018-2019/matematika.-riven-standartu.docx> (дата звернення: 04.12.2023).
- 24.Навчання дітей із порушеннями слуху : навчально-методичний посібник / С. В. Кульбіда та ін. Харків : Вид-во «Ранок», 2019. 216 с.
- 25.Нелін Є. П. Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту): підруч. для 10-го кл. закл. загал. серед. освіти. Харків: Вид-во «Ранок», 2018. 328 с.
- 26.Організація дистанційного навчання в Moodle. URL:[https://osvita.ua/vnz/high\\_school/72285/](https://osvita.ua/vnz/high_school/72285/) (дата звернення: 04.12.2023).
- 27.Організаційно-методичні засади діяльності інклюзивно-ресурсних центрів: навчально-методичний посібник / За заг. ред. М.А. Порошенко та ін. Київ, 2018. 252 с
- 28.Організація дистанційного навчання в школі. Методичні рекомендації, 2020. URL:<https://mon.gov.ua/storage/app/media/zagalna%20serednya/metodichni%20recomendazii/2020/metodichni%20recomendazii-dustanciyna%20osvita-2020.pdf> (дата звернення: 04.12.2023).
- 29.Пашенко О. В. Створення та розвиток інклюзивного навчального середовища у професійно-технічних навчальних закладах. *Педагогічний альманах*, 2014. Вип. 21. С. 175–180.

- 30.Польгун К. В. Труднощі в організації інклюзивного навчання та шляхи їх подолання. *Педагогічне Криворіжжя: педагогічний альманах* : зб. наук.-метод. праць. Кривий Ріг, 2016. Вип. 2. С. 72–75.
31. Польгун К. В. Особливості навчально-методичних комплексів з математичних дисциплін для студентів з обмеженими фізичними можливостями. *Науково-практичний електронний журнал «Інженерні та освітні технології»*. Кривий ріг, 2015. Вип.3. С. 138–140.
- 32.Порошенко М. А. Інклюзивна освіта: навч. посіб. Київ: ТОВ «Агентство «Україна», 2019. 300 с. URL: <https://mon.gov.ua/storage/app/media/inkluzyvne-navchannya/posibniki/inklyuziyavnz.pdf> (дата звернення: 04.12.2023).
33. Прохоренко Л. І., Орлов О. В. Діти з особливими потребами в умовах кризових викликів: навчання і супровід. *Наукова доповідь на вебконференції «Учені НАПН України – українським учителям»*. Вісник Національної академії педагогічних наук України, 25 серпня 2021 р, м. Київ. Том 3(2). С. 1–8.
34. Про затвердження типової освітньої програми для 5-10 (11) класів спеціальних закладів середньої освіти для осіб з особливими освітніми потребами. URL: <https://mon.gov.ua/ua/npa/pro-zatverdzhennya-tipovoyi-osvitnoyi-programi-dlya-5-10-11-klasiv-specialnih-zakladiv-serednoyi-osviti-dlya-osib-z-osoblivimi-osvitnimi-potrebami> (дата звернення: 04.12.2023).
35. Прядко Л. Шляхи забезпечення індивідуалізації навчання дітей з особливими освітніми потребами в умовах загальноосвітнього навчального закладу. *Педагогічні науки: теорія, історія, інноваційні технології: науковий журнал* / Міністерство освіти і науки України, Сумський державний університет імені А. С. Макаренка; редкол.: А. А. Сбруєва, О. Є. Антонова, Дж. Бішоп [та ін.]. Суми: Вид-во СумДПУ імені А. С. Макаренка, 2016. № 9 (63). С. 264–274.
36. Психосоціальна підтримка учасників освітнього процесу. Навчально-методичний посібник. / Андрєєнкова В. Л., Войцях Т. В., Гриців І. П.,

Мельничук В. О., Сабліна Н. О., Флярковська О. В., Харківська Т. А. Київ, 2023. 149 с.

37. Сіра І. Т., Толок Д. В. Сучасні методи викладання тригонометрії в закладах середньої та передвищої освіти. *Матеріали XX науково-методичної конференції здобувачів вищої освіти та молодих учених «Наумовські читання», присвяченої 300-річчю з дня народження Григорія Сковороди (3-4 листопада 2022 р., м. Харків) / за заг. ред. Жерновникової О. А. ХНПУ ім. Г. С. Сковороди. Харків : ХНПУ, 2022. 436 с.*
38. Слепкань З. І. Методика навчання математики: Підручник. 2-ге вид., допов. і переробл. Київ: Вища школа, 2006. 582 с.
39. Сорочан Т. М. Інфраструктура навчального закладу в теорії та практиці управління освітою. URL: <https://lib.iitta.gov.ua/26727/1/%D0%86%D0%BD%D1%84%D1%80%D0%B0%D1%81%D1%82%D1%80%D1%83%D0%BA%D1%82%D1%83%D1%80%D0%B0%20%D1%81%D1%82%D0%B0%D1%82%D1%82%D1%8F.pdf> (дата звернення: 04.12.2023).
40. Співпраця вчителя та асистента вчителя в інклюзивному освітньому середовищі (методичні рекомендації) / Литвяк Д. М., Зленко Л. О. Чернігів: ЧОППО, 2023. 66 с.
41. Сучасні засоби ІКТ підтримки інклюзивного навчання : навчальний посібник / Гета А. В., Заїка В. М., Коваленко В. В. та ін.; за заг. ред. Носенко Ю. Г. Полтава : ПУЕТ, 2018. 261 с.
42. Шавиріна К. О. Методика навчання математики учнів з особливими освітніми потребами засобами дистанційних технологій. Матеріали міжнародної науково-методичної конференції «Проблеми математичної освіти» (ПМО – 2019), 11–12 квітня 2019 р. Черкаси, 2019. С. 229–230. URL: <http://difur.in.ua/wp-content/uploads/2019/04/pmo-2019.pdf#page=2293> (дата звернення: 04.12.2023).

43. Як поєднати дистанційне навчання з інклюзивним. URL:  
<https://nus.org.ua/articles/yak-poyednaty-dystantsijne-navchannya-z-inklyuzyvnyy/> (дата звернення: 04.12.2023).
44. <https://uk.wikipedia.org/>
45. <https://osvitoria.media/news/google-classroom-instruktsiya-yak-samostijno-stvoryuvaty-onlajn-kursy/>
46. <https://mon.gov.ua/ua/osvita/inklyuzivne-navchannya/statistichni-dani>
47. <https://www.geogebra.org/classic/dsfby5r6>
48. <https://learningapps.org/display?v=p89cjs8m323>
49. <https://learningapps.org/display?v=pemixtuwa23>
50. <https://learningapps.org/display?v=p5ikq0e2j23>
51. <https://www.geogebra.org/calculator/upwepxes>
52. <https://onlinetestpad.com/lwydpmjknulc6>
53. <https://www.geogebra.org/classic/nc8puhjn>
54. <https://www.desmos.com/>
55. <https://create.kahoot.it/details/c627d3e0-6579-47e7-b69d-82eba19c053e>
56. <https://learningapps.org/display?v=pz1p5bbtv23>

## ДОДАТКИ

### Додаток А

Перелік питань та правильні відповіді до них створеного на тест-порталі диференційованого тесту до теми «Тригонометричні функції числового аргументу».

#### 1. Стартове вікно тесту

Тригонометричні функції, їх значення та знаки

Добавьте изображение

Тест для узагальнення та систематизації знань

**Інструкція до тесту**

1 - 8 - оберіть одну правильну відповідь (кожна вірна відповідь 0.5 балів)  
 9 - 10 - впишіть правильну відповідь (кожна вірна відповідь 1 бал)  
 11 - оберіть 2 правильні відповіді (1 бал)  
 12 - 13 - встановіть відповідність (кожна вірна відповідь 1 бал)  
 14 - розмістіть у порядку зростання (3 бали)

#### 2. Перелік питань та відповідей до них

<p>0.5 * 1 1 мс 14</p> <p><math>\sin(\frac{\pi}{3}) =</math></p> <p><input type="radio"/> <math>\frac{\pi}{3}</math></p> <p><input type="radio"/> 0</p> <p><input checked="" type="radio"/> <math>\frac{\sqrt{3}}{2}</math></p> <p><input type="radio"/> <math>\frac{1}{3}</math></p>	<p>0.5 * 3 3 мс 14</p> <p><math>\cos(45^\circ) =</math></p> <p><input type="radio"/> <math>\frac{\pi}{4}</math></p> <p><input checked="" type="radio"/> <math>\frac{\sqrt{2}}{2}</math></p> <p><input type="radio"/> -1</p> <p><input type="radio"/> 0</p>	<p>0.5 * 5 5 мс 14</p> <p><math>\operatorname{ctg}(0) =</math></p> <p><input checked="" type="radio"/> не існує</p> <p><input type="radio"/> 1</p> <p><input type="radio"/> -1</p> <p><input type="radio"/> 2</p>
<p>0.5 * 2 2 мс 14</p> <p><math>\sin(90^\circ) =</math></p> <p><input type="radio"/> 0</p> <p><input checked="" type="radio"/> 1</p> <p><input type="radio"/> не існує</p> <p><input type="radio"/> <math>\frac{1}{2}</math></p>	<p>0.5 * 4 4 мс 14</p> <p><math>\cos(\pi) =</math></p> <p><input type="radio"/> 1</p> <p><input type="radio"/> 0</p> <p><input type="radio"/> не існує</p> <p><input checked="" type="radio"/> -1</p>	<p>0.5 * 6 6 мс 14</p> <p><math>\operatorname{ctg}(\frac{\pi}{6}) =</math></p> <p><input type="radio"/> <math>\frac{\pi}{6}</math></p> <p><input checked="" type="radio"/> <math>\sqrt{3}</math></p> <p><input type="radio"/> 0</p> <p><input type="radio"/> -2</p>
<p>0.5 * 7 7 мс 14</p> <p><math>\operatorname{tg}(2\pi) =</math></p> <p><input checked="" type="radio"/> 0</p> <p><input type="radio"/> 1</p> <p><input type="radio"/> не існує</p> <p><input type="radio"/> 5</p>		

8

8 из 14

tg(180°) =

☐ 1

☒ 0

☐ -1

☐ 4.5

1

\*

9

9 из 14

Обчисліть значення виразу  $\sin^2(60^\circ) + \cos^2(\frac{\pi}{6})$

1.5

1

\*

10

10 из 14

Обчисліть значення виразу  $7 \cdot \operatorname{tg}(45^\circ) - 9 \cdot \operatorname{ctg}(\frac{\pi}{3})$

4

1

\*

11

11 из 14

Укажіть найбільше і найменше значення виразу  $4 \cos(x) - 2$

☒ -8

☐ 6

☒ 2

☐ 4

☐ 0

☐ 1.5

1

\*

12

12 из 14

Встановіть відповідність між кутом і координатною чвертю

45°	<div>2</div>	1 139°	
II	<div>1</div>	2 I	
IV	<div>3</div>	3 356°	
211°	<div>4</div>	4 III	

1

\*

13

13 из 14

Порівняйте з нулем

tg(38°)	<div>1</div>	1 > 0
cos(93°)	<div>2</div>	2 < 0
sin(202°)	<div>2</div>	
ctg(252°)	<div>1</div>	

3

\*

14

14 из 14

Розмістіть у порядку зростання числа

<div>5</div>	cos(20°)
<div>5</div>	cos(−30°)
<div>4</div>	cos(70°)
<div>1</div>	cos(170°)
<div>2</div>	cos(135°)
<div>3</div>	cos(−100°)


1

\*

## Додаток Б

Презентація до уроку на тему «Основні співвідношення між тригонометричними функціями одного й того самого аргументу».

### ОСНОВНІ СПІВВІДНОШЕННЯ МІЖ ТРИГОНОМЕТРИЧНИМИ ФУНКЦІЯМИ ОДНОГО Й ТОГО САМОГО АРГУМЕНТУ




### ПЛАН УРОКУ

- 1 **актуалізація знань**  
Пограємо в Kahoot! і пригадаємо властивості основних тригонометричних функцій
- 2 **вивчення нового матеріалу**  
Вивчимо основні співвідношення тригонометричних функцій однакового аргументу
- 3 **вивчення нового матеріалу**  
Вивчимо 6 основних співвідношень
- 4 **Трошки вправ**  
Застосуємо отримані знання на практиці

### АКТУАЛІЗАЦІЯ ОПОРНИХ ЗНАНЬ

- 1 **Пограємо!?**  
Відскануй QR код і долучайся до гри.  
  
Нехай щастить!



### ВИВЧЕННЯ НОВОГО МАТЕРІАЛУ

Сьогодні на уроці ми ознайомимось з 6 основними співвідношеннями

З деякими з них ви вже знайомі

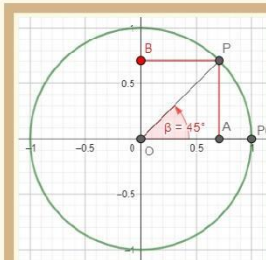
## ПЕРШЕ СПІВВІДНОШЕННЯ

Ми знаємо, що будь-яка точка  $P(x;y)$  на одиничному колі задовольняє рівняння  $x^2 + y^2 = 1$

Оскільки  $y = \sin \alpha$ , а  $x = \cos \alpha$ , де  $\alpha$  – кут повороту, в результаті якого з точки  $P_0(1;0)$  було б отримано точку  $P$ , то отримаємо

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

Доведемо це:



Оберемо довільну точку  $P$ .

Які координати мають кінці відрізка  $OP$ ?

$P(x;y)$     $O(0;0)$

А чому дорівнює квадрат довжини відрізка  $OP$ ?

$$PO^2 = (x - 0)^2 + (y - 0)^2 = x^2 + y^2$$

Як можна виразити координати  $x$  і  $y$  ще? Чому вони рівні?

$$y = PA = \sin \alpha, \quad x = PB = \cos \alpha$$

Тоді отримаємо рівність  $PO^2 = \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha$

Якщо наше коло одиничне, а  $OP$  є його радіусом, тоді що отримаємо?

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

Цю рівність ми називаємо **основною тригонометричною тотожністю**

## НАСТУПНІ ДВА СПІВВІДНОШЕННЯ

Ми їх знаємо з означення тангенса та котангенса

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

## ЧЕТВЕРТЕ СПІВВІДНОШЕННЯ

Для того, щоб отримати четверте співвідношення, перемножимо друге і третє співвідношення

$$\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = 1$$

Отже, маємо **четверте співвідношення**

$$\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1$$

## П'ЯТЕ СПІВВІДНОШЕННЯ

Для п'ятого співвідношення скористаємось **основною тригонометричною тотожністю**

Поділимо обидві частини рівності на  $\cos^2 \alpha \neq 0$

$$\frac{\sin^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} + \frac{\cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \quad \text{отримаємо}$$

$$\operatorname{tg}^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

## ШОСТЕ СПІВВІДНОШЕННЯ

$$\operatorname{ctg}^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$$

Виведіть це співвідношення з основної тригонометричної тотожності за аналогією виведення п'ятого співвідношення

## СПОЧАТКУ УСНІ ВПРАВИ

Чи можливо, щоб косинус і синус мали одночасно такі значення?

- 1)  $\sin \alpha = 1$  і  $\cos \alpha = 0.5$
- 2)  $\sin \alpha = 0.6$  і  $\cos \alpha = 0.8$
- 3)  $\sin \alpha = 2$  і  $\cos \alpha = 0.03$
- 4)  $\sin \alpha = 0.5$  і  $\cos \alpha = 0.5$

## ПИСЬМОВІ ВПРАВИ

Знайдіть:

$\cos \alpha$ ,  $\operatorname{tg} \alpha$  і  $\operatorname{ctg} \alpha$ , якщо  $\sin \alpha = 0.8, 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

Як ми міркуємо? Розглянемо на прикладі  $\cos \alpha$

Отже, діємо за алгоритмом

$$1. \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - 0.8^2 = 0.36$$

$$2. \text{Оскільки } 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}, \text{ то } \cos \alpha > 0$$

$$3. \cos \alpha = 0.6 \quad \text{Далі самостійно}$$

АЛГОРИТМ

З основної тригонометричної тотожності виразимо  $\cos \alpha = \pm \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$

Опираючись на умову, де вказано четверть, якому належить кут, визначимо знак кореня.

Знаходимо значення  $\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$

## СПРОСТИТИ ВИРАЗИ:

- 1)  $1 - \cos^2 \alpha$
- 2)  $1 - \sin^2 \alpha + \frac{\sin^2 \alpha}{\operatorname{tg}^2 \alpha}$
- 3)  $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 - (\sin \alpha - \cos \alpha)^2$

Що ми повинні пригадати для останнього виразу?

## ВИРАЗИ ПІДВИЩЕНОЇ СКЛАДНОСТІ

### Готові прийняти цей виклик?

Потрібно спростити вирази

- 1)  $\operatorname{tg} \alpha + \frac{\cos \alpha}{1 + \sin \alpha}$
- 2)  $\sin^4 \alpha + 2\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha + \cos^4 \alpha$

Хто впорається, отримає додаткові бали :)

## РЕФЛЕКСІЯ

- 1) **ЩО МИ ВИВЧИЛИ НОВОГО?**
- 2) **ЩО МИ ПРИГАДАЛИ?**
- 3) **ЩО ЛИШИЛОСЬ НЕЗРОЗУМІЛИМ?**

## ДОМАШНЄ ЗАВДАННЯ

Підручник Мерзляк А. Г. Математика  
с. 74, впр. 12.2, 12.3.